



T. C.

ORDU ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**LİNEER OLMAYAN MATEMATİKSEL MODELLERİN
HAREKETLİ DALGA ÇÖZÜMLERİNİN GENİŞLETİLMİŞ
ÜSTEL FONKSİYON METODU KULLANILARAK
İNCELENMESİ**

ÇAĞLAR KUBAL

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

ORDU 2022

TEZ BİLDİRİMİ

Tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan ve kullanılan intihal tespit programının sonuçlarına göre; bu tezin yazılmasında bilimsel ahlak kurallarına uyulduğunu, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, tezin içerdiği yenilik ve sonuçların başka bir yerden alınmadığını, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, tezin herhangi bir kısmının bu üniversite veya başka bir üniversitedeki başka bir tez çalışması olarak sunulmadığını beyan ederim.

Çağlar KUBAL

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

ÖZET

LİNEER OLMAYAN MATEMATİKSEL MODELLERİN HAREKETLİ DALGA ÇÖZÜMLERİNİN GENİŞLETİLMİŞ ÜSTEL FONKSİYON METODU KULLANILARAK İNCELENMESİ

ÇAĞLAR KUBAL

ORDU ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ, 33 SAYFA

(TEZ DANIŞMANI: Doç. Dr. Tolga AKTÜRK)

Bu tez çalışmasında, birer matematiksel modelleme örneği olan (1+1)-ölçülü Landau-Ginzburg-Higgs ve Duffing lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemlerinin hareketli dalga çözümleri genişletilmiş üstel fonksiyon metodu kullanılarak elde edilip incelenmiştir. Bu denklemlerin temsil ettiği matematiksel modellerin fiziksel yorumlarının yapılmasını kolaylaştırmak için uygun parametreler yardımıyla üç boyutlu, dış hat, hassasiyet ve iki boyutlu grafikleri paket program kullanılarak elde edilmiştir. (1+1)-ölçülü Landau-Ginzburg-Higgs ve Duffing denklemlerinin çözümlerinin araştırılmasında genişletilmiş üstel fonksiyon metodunun etkili bir yöntem olduğu gösterilmiştir.

Çalışmanın ilk bölümünde lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemlerin kullanım alanları ve tez çalışmasında ele alınan denklemler hakkında bilgiler verilmiştir. İkinci bölümde çalışma için gerekli olan tanımlar ifade edilmiştir. Üçüncü bölümde genişletilmiş üstel fonksiyon metodu tanıtılmıştır. Dördüncü bölümde çalışmada ele alınan denklemlere metot uygulanarak hareketli dalga çözümlerine ulaşılmış ve paket program kullanılarak denklemlerin grafikleri çizdirilmiştir. Beşinci bölümde metot ile elde edilen çözüm fonksiyonlarının değerlendirilmesi yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: (1+1)-ölçülü Landau-Ginzburg-Higgs Denklemi, Lineer Olmayan Kısmi Diferansiyel Denklemler, Duffing Denklemi, Genişletilmiş Üstel Fonksiyon Metodu, Hareketli Dalga Çözümleri.

ABSTRACT

INVESTIGATION OF TRAVELING WAVE SOLUTIONS OF NONLINEAR MATHEMATICAL MODELS BY THE MODIFIED EXPONENTIAL FUNCTION METHOD

ÇAĞLAR KUBAL

ORDU UNIVERSITY INSTITUTE OF NATURAL AND APPLIED
SCIENCES

MATHEMATICS

MASTER THESIS, 33 PAGES

(SUPERVISOR: Assoc. Prof. Dr. Tolga AKTÜRK)

In this thesis, traveling wave solutions of (1+1)-dimensional Landau-Ginzburg-Higgs and Duffing nonlinear partial differential equations, which are examples of mathematical modeling, are obtained and analyzed using the modified exponential function method. In order to facilitate the physical interpretation of the mathematical models represented by these equations, 3D, contour, density and 2D graphics were drawn using the software program with the help of appropriate parameters. The modified exponential function method has been shown to be an effective method in investigating the solutions of (1+1)-dimensional Landau-Ginzburg-Higgs and Duffing equations.

In the first part of the study, information about the usage areas of nonlinear partial differential equations and the equations discussed in the thesis are given. In the second part, the definitions required for the study are expressed. In the third chapter, the modified exponential function method is introduced. In the fourth chapter, the traveling wave solutions were obtained by applying the method to the equations discussed in the study, and the graphs of the equations were drawn using the software program. In the fifth chapter, the solution functions obtained by the method are evaluated.

Keywords: (1+1)-dimensional Landau-Ginzburg-Higgs Equation, Duffing Equation, The Modified Exponential Function Method, The Nonlinear Partial Differential Equations, Traveling Wave Solutions.

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim süresi içinde tez konumun belirlenmesi ve yazımı boyunca benden yardımlarını esirgemeyen beraber çalışmalar yaptığımız danışman hocam Sayın Doç. Dr. Tolga AKTÜRK'e teşekkür eder ve saygılarımı sunarım. Aynı zamanda eğitimim süresince maddi ve manevi desteklerini üzerimde hissettiğim annem ve kardeşime teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
TEZ BİLDİRİMİ	I
ÖZET	II
ABSTRACT	III
TEŞEKKÜR	IV
İÇİNDEKİLER	V
ŞEKİL LİSTESİ	VI
1. GİRİŞ	1
2. TEMEL KAVRAMLAR	3
3. METOT	4
3.1 Genişletilmiş Üstel Fonksiyon Metodu.....	4
4. METODUN UYGULANMASI	6
4.1 (1+1)-ölçülü Landau-Ginzburg-Higgs Denklemi	6
4.2 Duffing Denklemi	18
5. SONUÇ ve ÖNERİLER	30
6. KAYNAKLAR	31
ÖZGEÇMİŞ	33

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 4.1	Denklem (4.1.5)'in $k = 1, c = 2, \lambda = 3, \mu = 1, m = i\sqrt{\frac{15}{2}}, n = 1$ ve $E = 0.85$ için reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	7
Şekil 4.2	Denklem (4.1.5)'in $k = 1, c = 2, \lambda = 3, \mu = 1, m = i\sqrt{\frac{15}{2}}, n = 1$ ve $E = 0.85$ için sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	8
Şekil 4.3	Denklem (4.1.5)'in $k = 1, c = 2, \lambda = 3, \mu = 1, m = i\sqrt{\frac{15}{2}}, n = 1, E = 0.85$ ve $t = 1$ için reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri.....	8
Şekil 4.4	Denklem (4.1.6)'nın $k = 1, c = 2, \lambda = 1, \mu = 1, m = -\frac{3}{\sqrt{2}}, n = 1$ ve $E = 0.85$ için reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	8
Şekil 4.5	Denklem (4.1.6)'nın $k = 1, c = 2, \lambda = 1, \mu = 1, m = -\frac{3}{\sqrt{2}}, n = 1$ ve $E = 0.85$ için sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	9
Şekil 4.6	Denklem (4.1.6)'nın $k = 1, c = 2, \lambda = 1, \mu = 1, m = -\frac{3}{\sqrt{2}}, n = 1, E = 0.85$ ve $t = 1$ için reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri.....	9
Şekil 4.7	Denklem (4.1.7)'nin $k = 1, c = 2, \lambda = 2, \mu = 0, m = i\sqrt{6}, n = 1$ ve $E = 0.85$ için reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	9
Şekil 4.8	Denklem (4.1.7)'nin $k = 1, c = 2, \lambda = 2, \mu = 0, m = i\sqrt{6}, n = 1$ ve $E = 0.85$ için sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	10
Şekil 4.9	Denklem (4.1.7)'nin $k = 1, c = 2, \lambda = 2, \mu = 0, m = i\sqrt{6}, n = 1, E = 0.85$ ve $t = 1$ için reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri.....	10
Şekil 4.10	Denklem (4.1.8)'in $k = 1, c = 2, \lambda = 2, \mu = 1, m = 0, n = 1$ ve $E = 0.85$ için reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	10
Şekil 4.11	Denklem (4.1.8)'in $k = 1, c = 2, \lambda = 2, \mu = 1, m = 0, n = 1$ ve $E = 0.85$ için sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	11
Şekil 4.12	Denklem (4.1.8)'in $k = 1, c = 2, \lambda = 2, \mu = 1, m = 0, n = 1, E = 0.85$ ve $t = 1$ için reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri.....	11
Şekil 4.13	Denklem (4.1.9)'un $k = 1, c = 2, \lambda = 0, \mu = 0, m = 0, n = 1$ ve $E = 0.85$ için reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	11

Şekil 4.14	Denklem (4.1.9)'ün $k = 1, c = 2, \lambda = 0, \mu = 0, m = 0, n = 1$ ve $E = 0.85$ için sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	12
Şekil 4.15	Denklem (4.1.9)'ün $k = 1, c = 2, \lambda = 0, \mu = 0, m = 0, n = 1, E = 0.85$ ve $t = 1$ için reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri.....	12
Şekil 4.16	Denklem (4.1.11)'in $A_2 = i, B_0 = 1, k = 1, c = 2, m = i, n = 1, \lambda = 2\sqrt{6}, \mu = \frac{35}{6}$ ve $E = 0.85$ için reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	13
Şekil 4.17	Denklem (4.1.11)'in $A_2 = i, B_0 = 1, k = 1, c = 2, m = i, n = 1, \lambda = 2\sqrt{6}, \mu = \frac{35}{6}$ ve $E = 0.85$ için sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	13
Şekil 4.18	Denklem (4.1.11)'in $A_2 = i, B_0 = 1, k = 1, c = 2, m = i, n = 1, \lambda = 2\sqrt{6}, \mu = \frac{35}{6}, E = 0.85$ ve $t = 1$ için reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri.....	13
Şekil 4.19	Denklem (4.1.12)'nin $A_2 = 1, B_0 = \frac{1}{2}, k = 1, c = 2, m = 1, n = 1, \lambda = i\sqrt{6}, \mu = -\frac{4}{3}$ ve $E = 0.85$ için reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	14
Şekil 4.20	Denklem (4.1.12)'nin $A_2 = 1, B_0 = \frac{1}{2}, k = 1, c = 2, m = 1, n = 1, \lambda = i\sqrt{6}, \mu = -\frac{4}{3}$ ve $E = 0.85$ için sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	14
Şekil 4.21	Denklem (4.1.12)'nin $A_2 = 1, B_0 = \frac{1}{2}, k = 1, c = 2, m = 1, n = 1, \lambda = i\sqrt{6}, \mu = -\frac{4}{3}, E = 0.85$ ve $t = 1$ için reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri.....	14
Şekil 4.22	Denklem (4.1.13)'ün $A_2 = 1, B_0 = i, k = 1, c = 2, m = 6i, n = 1, \lambda = -2\sqrt{6}, \mu = 0$ ve $E = 0.85$ için reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	15
Şekil 4.23	Denklem (4.1.13)'ün $A_2 = 1, B_0 = i, k = 1, c = 2, m = 6i, n = 1, \lambda = -2\sqrt{6}, \mu = 0$ ve $E = 0.85$ için sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	15
Şekil 4.24	Denklem (4.1.13)'ün $A_2 = 1, B_0 = i, k = 1, c = 2, m = 6i, n = 1, \lambda = -2\sqrt{6}, \mu = 0, E = 0.85$ ve $t = 1$ için reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri.....	15
Şekil 4.25	Denklem (4.1.14)'ün $A_2 = 1, B_0 = \frac{2}{\sqrt{6}}, k = 1, c = 2, m = 0, n = 1, \lambda = 4i, \mu = -4$ ve $E = 0.85$ için reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	16
Şekil 4.26	Denklem (4.1.14)'ün $A_2 = 1, B_0 = \frac{2}{\sqrt{6}}, k = 1, c = 2, m = 0, n = 1, \lambda = 4i, \mu = -4$ ve $E = 0.85$ için sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	16
Şekil 4.27	Denklem (4.1.14)'ün $A_2 = 1, B_0 = \frac{2}{\sqrt{6}}, k = 1, c = 2, m = 0, n = 1, \lambda = 4i, \mu = -4, E = 0.85$ ve $t = 1$ için reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri.....	16

Şekil 4.28	Denklem (4.1.15)'in $A_2 = 1, B_0 = 0, k = 1, c = 2, m = 0, n = 1, \lambda = 0, \mu = 0$ ve $E = 0.85$ için reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	17
Şekil 4.29	Denklem (4.1.15)'in $A_2 = 1, B_0 = 0, k = 1, c = 2, m = 0, n = 1, \lambda = 0, \mu = 0$ ve $E = 0.85$ için sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	17
Şekil 4.30	Denklem (4.1.15)'in $A_2 = 1, B_0 = 0, k = 1, c = 2, m = 0, n = 1, \lambda = 0, \mu = 0, E = 0.85$ ve $t = 1$ için reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri.....	17
Şekil 4.31	Denklem (4.2.5)'in $B_0 = 2, B_1 = 1, k = 1, c = 1, \mu = 1, a = 6, \lambda = 4, b = 1$ ve $E = 0.85$ için reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	19
Şekil 4.32	Denklem (4.2.5)'in $B_0 = 2, B_1 = 1, k = 1, c = 1, \mu = 1, a = 6, \lambda = 4, b = 1$ ve $E = 0.85$ için sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	20
Şekil 4.33	Denklem (4.2.5)'in $B_0 = 2, B_1 = 1, k = 1, c = 1, \mu = 1, a = 6, \lambda = 4, b = 1, E = 0.85$ ve $t = 1$ için reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri.....	20
Şekil 4.34	Denklem (4.2.6)'nın $B_0 = 1, B_1 = 1, k = 1, c = 1, \mu = 2, a = -2, \lambda = 2, b = 1$ ve $E = 0.85$ için reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	20
Şekil 4.35	Denklem (4.2.6)'nın $B_0 = 1, B_1 = 1, k = 1, c = 1, \mu = 2, a = -2, \lambda = 2, b = 1$ ve $E = 0.85$ için sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	21
Şekil 4.36	Denklem (4.2.6)'nın $B_0 = 1, B_1 = 1, k = 1, c = 1, \mu = 2, a = -2, \lambda = 2, b = 1, E = 0.85$ ve $t = 1$ için reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri.....	21
Şekil 4.37	Denklem (4.2.7)'nin $B_0 = 1, B_1 = 1, k = 1, c = 1, \mu = 0, a = 2, \lambda = 2, b = 1$ ve $E = 0.85$ için reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	21
Şekil 4.38	Denklem (4.2.7)'nin $B_0 = 1, B_1 = 1, k = 1, c = 1, \mu = 0, a = 2, \lambda = 2, b = 1$ ve $E = 0.85$ için sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	22
Şekil 4.39	Denklem (4.2.6)'nın $B_0 = 1, B_1 = 1, k = 1, c = 1, \mu = 0, a = 2, \lambda = 2, b = 1, E = 0.85$ ve $t = 1$ için reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri.....	22
Şekil 4.40	Denklem (4.2.8)'in $B_0 = 1, B_1 = 1, k = 1, c = 1, \mu = 1, a = 0, \lambda = 2, b = 1$ ve $E = 0.85$ için reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	22
Şekil 4.41	Denklem (4.2.8)'in $B_0 = 1, B_1 = 1, k = 1, c = 1, \mu = 1, a = 0, \lambda = 2, b = 1$ ve $E = 0.85$ için sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	23
Şekil 4.42	Denklem (4.2.8)'in $B_0 = 1, B_1 = 1, k = 1, c = 1, \mu = 1, a = 0, \lambda = 2, b = 1, E = 0.85$ ve $t = 1$ için reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri.....	23
Şekil 4.43	Denklem (4.2.9)'un $B_0 = 0, B_1 = 1, k = 1, c = 1, \mu = 0, a = 0, \lambda = 0, b = 1$ ve $E = 0.85$ için reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	23

Şekil 4.44	Denklem (4.2.9)'ün $B_0 = 0, B_1 = 1, k = 1, c = 1, \mu = 0, a = 0, \lambda = 0, b = 1$ ve $E = 0.85$ için sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	24
Şekil 4.45	Denklem (4.2.8)'in $B_0 = 0, B_1 = 1, k = 1, c = 1, \mu = 0, a = 0, \lambda = 0, b = 1, E = 0.85$ ve $t = 1$ için reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri.....	24
Şekil 4.46	Denklem (4.2.11)'in $B_0 = -1, A_2 = 1, k = 1, c = 1, a = 2, b = 1, \lambda = 2i\sqrt{2}, \mu = -3$ ve $E = 0.85$ için reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	25
Şekil 4.47	Denklem (4.2.11)'in $B_0 = -1, A_2 = 1, k = 1, c = 1, a = 2, b = 1, \lambda = 2i\sqrt{2}, \mu = -3$ ve $E = 0.85$ için sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	25
Şekil 4.48	Denklem (4.2.11)'in $B_0 = -1, A_2 = 1, k = 1, c = 1, a = 2, b = 1, \lambda = 2i\sqrt{2}, \mu = -3, E = 0.85$ ve $t = 1$ için reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri.....	25
Şekil 4.49	Denklem (4.2.12)'nin $B_0 = -1, A_2 = 1, k = 1, c = 1, a = -6, b = 1, \lambda = 2i\sqrt{2}, \mu = 1$ ve $E = 0.85$ için reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	26
Şekil 4.50	Denklem (4.2.12)'nin $B_0 = -1, A_2 = 1, k = 1, c = 1, a = -6, b = 1, \lambda = 2i\sqrt{2}, \mu = 1$ ve $E = 0.85$ için sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	26
Şekil 4.51	Denklem (4.2.12)'nin $B_0 = -1, A_2 = 1, k = 1, c = 1, a = -6, b = 1, \lambda = 2i\sqrt{2}, \mu = 1, E = 0.85$ ve $t = 1$ için reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri.....	26
Şekil 4.52	Denklem (4.2.13)'ün $B_0 = -\sqrt{2}, A_2 = i, k = 1, c = 1, a = 8, b = 1, \lambda = 4, \mu = 0$ ve $E = 0.85$ için reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	27
Şekil 4.53	Denklem (4.2.13)'ün $B_0 = -\sqrt{2}, A_2 = i, k = 1, c = 1, a = 8, b = 1, \lambda = 4, \mu = 0$ ve $E = 0.85$ için sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	27
Şekil 4.54	Denklem (4.2.13)'ün $B_0 = -\sqrt{2}, A_2 = i, k = 1, c = 1, a = 8, b = 1, \lambda = 4, \mu = 0, E = 0.85$ ve $t = 1$ için reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri.....	27
Şekil 4.55	Denklem (4.2.14)'ün $B_0 = -\sqrt{2}, A_2 = i, k = 1, c = 1, a = 8, b = 1, \lambda = 4i, \mu = -4$ ve $E = 0.85$ için reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	28
Şekil 4.56	Denklem (4.2.14)'ün $B_0 = -\sqrt{2}, A_2 = i, k = 1, c = 1, a = 8, b = 1, \lambda = 4i, \mu = -4$ ve $E = 0.85$ için sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	28
Şekil 4.57	Denklem (4.2.14)'ün $B_0 = -\sqrt{2}, A_2 = i, k = 1, c = 1, a = 8, b = 1, \lambda = 4i, \mu = -4, E = 0.85$ ve $t = 1$ için reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri.....	28
Şekil 4.58	Denklem (4.2.15)'in $B_0 = 0, A_2 = 1, k = 1, c = 1, a = 0, b = 1, \lambda = 0, \mu = 0$ ve $E = 0.85$ için reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....	29

- Şekil 4.59** Denklem (4.2.15)'in $B_0 = 0$, $A_2 = 1$, $k = 1$, $c = 1$, $a = 0$,
 $b = 1$, $\lambda = 0$, $\mu = 0$ ve $E = 0.85$ için sanal kısmının
üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri.....29
- Şekil 4.60** Denklem (4.2.15)'in $B_0 = 0$, $A_2 = 1$, $k = 1$, $c = 1$, $a = 0$,
 $b = 1$, $\lambda = 0$, $\mu = 0$, $E = 0.85$ ve $t = 1$ için reel ve
sanal kısmının iki boyutlu grafikleri.....29

1. GİRİŞ

Geçmişten günümüze insanlık matematik, fizik, kimya, biyoloji gibi bilim dallarının ilgi alanına giren birçok olaya şahit olmuştur. Bu olayları ve ardında yatan sebepleri anlamaya ve kavramaya çalışmıştır. Özellikle matematikteki gelişmeler doğrultusunda bu olayları anlamak için matematiksel modellemelerden yararlanmak etkili bir yöntem haline gelmiştir. Matematiksel modellemelerden yararlanma sayesinde fizik, kimya, biyoloji, mühendislik, akışkanlar mekaniği, okyanus mühendisliği ve sağlıkla ilgili olguların anlaşılması ve yorumlanması bir avantaj oluşturmuştur. Matematiksel modelleme örneği olan lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemlerin değişik parametrelere bağlı çözümlerinin araştırılmasıyla birlikte çeşitli olayları kavramak ve yorum yapmak kolaylaşmıştır. Bu yüzden matematiksel modelleme olarak kullanılan lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemlerin analitik çözümlerinin araştırılması her geçen gün daha da önemli bir araştırma alanı haline gelmiş bulunmaktadır. Literatürde bu tür denklemlerin çözümlerine ulaşmak için; deneme denklem metodu (Liu, 2005), yeni fonksiyon metodu (Aktürk ve ark., 2017), geliştirilmiş Kudryashov metodu (Hosseini & Ansari, 2017), geliştirilmiş the sine-Gordon metodu (Baskonus ve ark., 2017), tanh metodu (Wazwaz, 2004), ilk integral metodu (Feng, 2002), genişletilmiş üstel fonksiyon metodu (He & Wu, 2006) gibi çeşitli metotlar bulunmaktadır.

Bu tez çalışmasında ele alınan (1+1)-ölçülü Landau-Ginzburg-Higgs denklemi tropikal, orta enlem troposferi, ekvatorial ve orta enlem Rossby dalgalarının etkileşimi vb. arasındaki zayıf saçılım ve uzun menzilli etkileşimler ile lineer olmayan dalgaları tanımlar (Barman ve ark., 2021). Duffing denklemi ise belirli sönümlü ve tahrikli osilatörleri modellemek için kullanılan lineer olmayan ikinci dereceden bir diferansiyel denklemdir (Eze ve ark., 2019).

Literatür incelendiğinde (1+1)-ölçülü Landau-Ginzburg-Higgs denkleminin; ilk integral metodu (Bekir & Unsal, 2013), tanh fonksiyon metodu (Evans & Raslan, 2005a), geliştirilmiş Bernoulli alt denklem fonksiyonu metodu (IBSEFM) (Islam & Akbar, 2020), multi-simplektik Runge-Kutta metodu (Hu ve ark., 2009), G'/G , $1/G$ -genişleme metodu (Iftikhar ve ark., 2013), sinüs kosinüs metodu ve genişletilmiş tanh metodu (Cevikel ve ark., 2013), Duffing denkleminin ise; ilk integral metodu (Bekir

& Unsal, 2013), Jacobi eliptik fonksiyonları (Salas, 2014), Daftardar-Jafari metodu (Al-Jawary & Abd-Al-Razaq, 2016), üstel fonksiyon metodu (Akbar & Ali, 2011), geliştirilmiş Taylor matrisi metodu (Bülbül & Sezer, 2013), bölüm trigonometrik fonksiyon genişletme metodu (Marinca & Herişanu, 2011), diferansiyel dönüşüm metodu (Tabatabaei & Gunerhan, 2014) gibi metotlar ile çözümleri elde edilmiştir. Bu tez çalışmasında elde edilen çözüm fonksiyonlarının yukarıdaki çalışmalarda bulunan çözüm fonksiyonlarından farklı olduğu gözlemlenmiştir. Bu durum, ele alınan iki denklemin hareketli dalga çözümlerinin elde edilmesi için literatüre katkı sağlamıştır.

2. TEMEL KAVRAMLAR

Tanım 2.1: Bir ya da daha çok bağımlı değişkenin, bir ya da daha çok bağımsız değişkene göre türevlerini içinde bulunduran bir denkleme **diferansiyel denklem** denir. Genel olarak x -bağımsız, y -bağımlı değişkenli bir diferansiyel denklem $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$ şeklinde yazılabilir.

Tanım 2.2: Bir diferansiyel denklemde bulunan en yüksek mertebeden türevin mertebesine diferansiyel denklemin **mertebesi**, en yüksek mertebeden terimin derecesine de diferansiyel denklemin **derecesi** denir.

Tanım 2.3: Bir diferansiyel denklemde yalnız bir bağımsız değişkenin türevi varsa bu diferansiyel denkleme **adi diferansiyel denklem** denir.

Tanım 2.4: Bir diferansiyel denklemde birden fazla bağımsız değişkenin kısmi türevleri varsa bu denkleme **kısmi diferansiyel denklem** denir.

3. METOT

3.1. Genişletilmiş Üstel Fonksiyon Metodu

Bu bölümde genişletilmiş üstel fonksiyon metodu hakkında bilgiler verilmiş olup metot tanıtılmıştır:

$$P = (u, u_x, u_t, u_{xx}, u_{tx}, u_{xxx}, \dots) = 0, \quad (3.1.1)$$

lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemin genel ifadesi dikkate alındığında bu denklemin dalga çözümlerini bulmak için $u = u(x, y, t)$ bilinmeyen bir fonksiyon olmak üzere (3.1.1) denkleminde dalga dönüşümü aşağıdaki gibi uygulanır:

$$u(x, t) = u(\xi), \quad \xi = k(x - ct). \quad (3.1.2)$$

(3.1.1) denklemi için gerekli türev ifadeleri (3.1.2) dalga dönüşümünün ξ 'ye göre türevleri alınarak elde edilir. Bu ifadeler (3.1.1) denkleminde yerine yazılırsa:

$$N = (u, u^2, u', u'', \dots) = 0, \quad (3.1.3)$$

lineer olmayan adi diferansiyel denklemin genel ifadesi elde edilir. Bu denklemin u çözüm fonksiyonunun aşağıdaki gibi olduğu kabul edilir:

$$u = \frac{\sum_{i=0}^m A_i [e^{-\vartheta(\xi)}]^i}{\sum_{j=0}^n B_j [e^{-\vartheta(\xi)}]^j} = \frac{A_0 + A_1 e^{-\vartheta(\xi)} + A_2 e^{-2\vartheta(\xi)} + \dots + A_m e^{-m\vartheta(\xi)}}{B_0 + B_1 e^{-\vartheta(\xi)} + B_2 e^{-2\vartheta(\xi)} + \dots + B_n e^{-n\vartheta(\xi)}}. \quad (3.1.4)$$

Burada $A_i, B_j (0 < i < m, 0 < j < n)$ katsayılarıdır. m ve n katsayılarının elde etmek için (3.1.3) denklemindeki en yüksek dereceli lineer olmayan terim ile en yüksek mertebeli türevli terim arasında dengeleme prensibi kullanılmaktadır. Bu şekilde (3.1.4) denkleminin sınırları belirlenmiş olur.

Metotta kullanılan ϑ fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\vartheta'(\xi) = e^{-\vartheta(\xi)} + \mu e^{\vartheta(\xi)} + \lambda. \quad (3.1.5)$$

Bu denklemin köklerinin durumlarına göre aşağıdaki çözüm aileleri vardır (Naher & Abdullah, 2013):

Çözüm Ailesi 1: $\lambda^2 - 4\mu > 0, \mu \neq 0$,

$$\vartheta(\xi) = \ln \left(\frac{-\sqrt{\lambda^2 - 4\mu}}{2\mu} \tanh \left(\frac{\sqrt{\lambda^2 - 4\mu}}{2} (\eta + E) \right) - \frac{\lambda}{2\mu} \right). \quad (3.1.6)$$

Çözüm Ailesi 2: $\lambda^2 - 4\mu < 0, \mu \neq 0$,

$$\vartheta(\xi) = \ln \left(\frac{\sqrt{-\lambda^2 + 4\mu}}{2\mu} \tan \left(\frac{\sqrt{-\lambda^2 + 4\mu}}{2} (\eta + E) \right) - \frac{\lambda}{2\mu} \right). \quad (3.1.7)$$

Çözüm Ailesi 3: $\lambda^2 - 4\mu > 0, \lambda \neq 0, \mu = 0$,

$$\vartheta(\xi) = -\ln \left(\frac{\lambda}{e^{\lambda(\eta+E)} - 1} \right). \quad (3.1.8)$$

Çözüm Ailesi 4: $\lambda^2 - 4\mu = 0, \lambda \neq 0, \mu \neq 0$,

$$\vartheta(\xi) = -\ln \left(-\frac{2\lambda(\eta + E) + 4}{\lambda^2(\eta + E)} \right). \quad (3.1.9)$$

Çözüm Ailesi 5: $\lambda^2 - 4\mu = 0, \lambda = 0, \mu = 0$,

$$\vartheta(\xi) = \ln(\eta + E). \quad (3.1.10)$$

Burada E integral sabitidir. (3.1.4) denkleminde $\vartheta(\xi)$ fonksiyonları yerine yazılarak matematiksel modelleme örneklerinin metoda uygun varsayılan hareketli dalga çözüm fonksiyonlarına ulaşılır.

(3.1.4) denkleminin sınırları yukarıda anlatıldığı şekilde dengeleme prensibi ile belirlendikten sonra gerekli olan türev ifadeleri elde edilerek (3.1.3) denkleminde yerine yazılır. Bunun sonucunda $e^{-\vartheta(\xi)}$ kuvvetlerine sınıflandırılma yapıldığında $A_0, A_1, A_2, \dots, B_0, B_1, \dots$ katsayılarından oluşan denklem sistemi elde edilir. Bu denklem sistemi paket program ile çözüldüğünde (3.1.4) denklemindeki $A_0, A_1, A_2, \dots, B_0, B_1, \dots$ katsayıları bulunur. Bu katsayılar ile çözüm ailelerinde bulunan $\vartheta(\xi)$ fonksiyonları birlikte (3.1.4) denkleminde yerine yazılarak çözüm fonksiyonları bulunur. Bu çözüm fonksiyonlarının hem adi diferansiyel denklemi hem de kısmi diferansiyel denklemi sağladığı paket program ile gösterilir. Böylece matematiksel model olan lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemin hareketli dalga çözümleri elde edilmiş olur.

4. METODUN UYGULANMASI

4.1. (1+1)-ölçülü Landau-Ginzburg-Higgs Denklemi

Bu bölümde (1+1)-ölçülü Landau-Ginzburg-Higgs denklemine dalga dönüşümü yapılarak genişletilmiş üstel fonksiyon metodu ile hareketli dalga çözümleri elde edilmiştir.

(1+1)-ölçülü Landau-Ginzburg-Higgs denklemine aşağıda yer verilmiştir (Islam & Akbar, 2020):

$$u_{tt} - u_{xx} - m^2u + n^2u^3 = 0. \quad (4.1.1)$$

$u(x, t) = u(\xi)$, $\xi = k(x - ct)$ dalga dönüşümü yapıldıktan sonra (4.1.1) denklemi için gerekli olan türev ifadeleri bulunup denklemde yerine yazıldıktan sonra düzenlenirse aşağıdaki lineer olmayan adi diferansiyel denklem elde edilir:

$$k^2(c^2 - 1)u'' - m^2u + n^2u^3 = 0. \quad (4.1.2)$$

(4.1.2) denkleminde lineer olmayan en yüksek dereceli terim ile en yüksek mertebeli türeve sahip terimin arasında dengeleme bağıntısı kurulursa;

$$u^3 \cong u''$$

$$3(m - n) \cong (m - n + 2)$$

$$m \cong n + 1$$

$n = 1$ için $m = 2$ elde edilir. Bu durumda (3.1.4) denklemi aşağıdaki gibidir:

$$u = \frac{A_0 + A_1 e^{-\vartheta(\xi)} + A_2 e^{-2\vartheta(\xi)}}{B_0 + B_1 e^{-\vartheta(\xi)}}. \quad (4.1.3)$$

(4.1.2) denklemindeki türev ifadeleri (4.1.3) denkleminde elde edilip yerine yazıldığında cebirsel denklem sistemi bulunur. Bu denklem sistemi paket program ile çözümlenip katsayılar bulunduktan sonra, çözüm ailesindeki durumlara göre u çözüm fonksiyonları elde edilir. Bu çözüm fonksiyonlarının üç boyutlu, dış hat, hassasiyet ve iki boyutlu grafikleri de paket program yardımıyla elde edilmiştir.

Durum-1:

$$A_0 = \frac{i\sqrt{-1 + c^2 k \lambda B_0}}{\sqrt{2}n},$$

$$A_1 = \frac{i\sqrt{-1 + c^2 k}(2B_0 + \lambda B_1)}{\sqrt{2}n},$$

$$A_2 = \frac{i\sqrt{2}\sqrt{-1 + c^2 k}B_1}{n},$$

$$m = \frac{i\sqrt{-1 + c^2 k}\sqrt{\lambda^2 - 4\mu}}{\sqrt{2}},$$

yukarıdaki katsayılar yardımıyla;

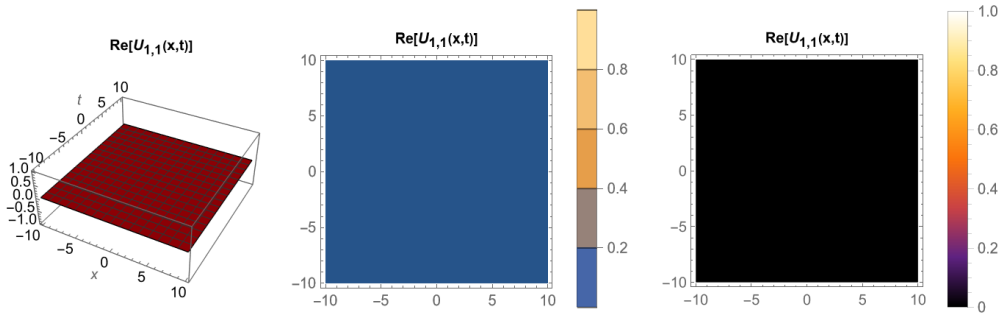
$$u_1(x, t) = \frac{i\sqrt{-1 + c^2}e^{-\vartheta}k(2 + e^{\vartheta}\lambda)}{\sqrt{2}n} \quad (4.1.4)$$

çözüm fonksiyonu elde edilmiştir.

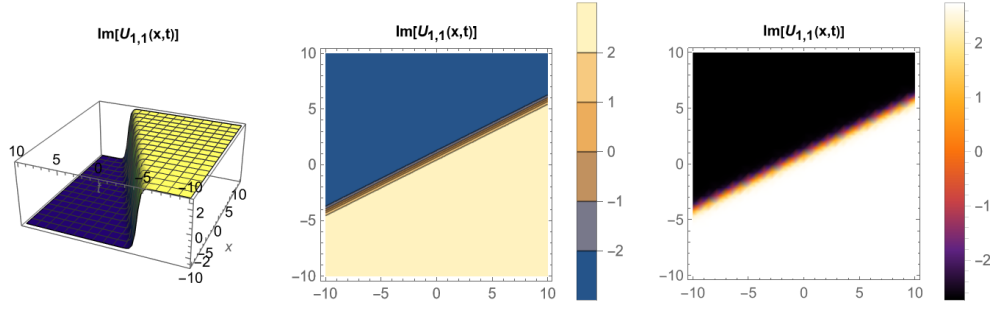
Çözüm Ailesi 1: $\lambda^2 - 4\mu > 0$, $\mu \neq 0$ için (4.1.1) denkleminin çözümü ve grafikleri:

$$u_{1,1}(x, t) = \frac{i\sqrt{-1 + c^2}k(\lambda^2 - 4\mu + \lambda\rho)}{\sqrt{2}n(\lambda + \rho)}, \quad (4.1.5)$$

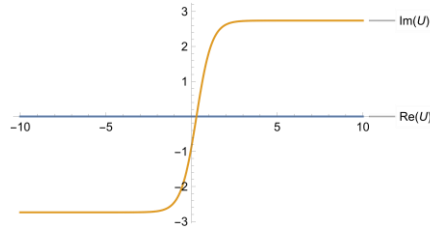
$$\rho = \left[\sqrt{\lambda^2 - 4\mu} \tanh \left[\frac{1}{2} (E + k(-ct + x)) \sqrt{\lambda^2 - 4\mu} \right] \right].$$



Şekil 4.1: Denklem (4.1.5)'in reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



Şekil 4.2: Denklem (4.1.5)'in sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri

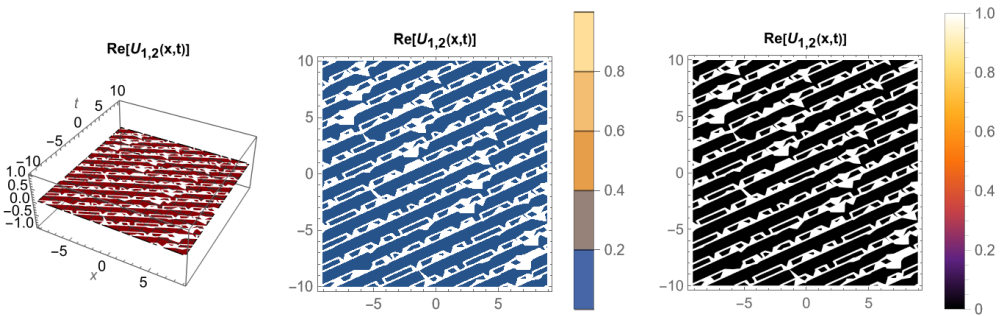


Şekil 4.3: Denklem (4.1.5)'in reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri

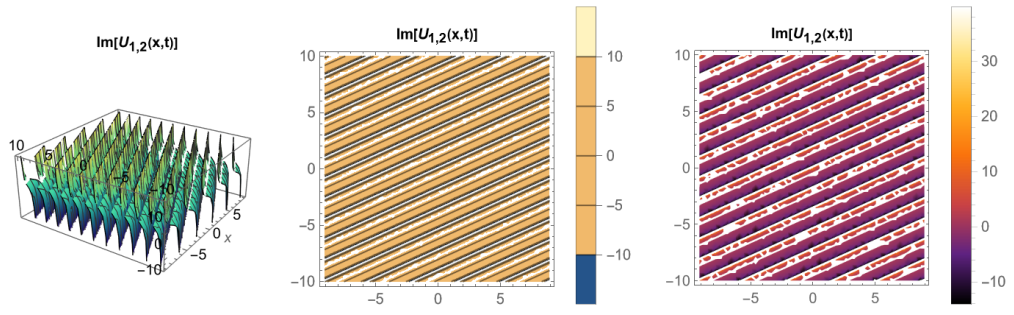
Çözüm Ailesi 2: $\lambda^2 - 4\mu < 0$, $\mu \neq 0$ için (4.1.1) denkleminin çözümü ve grafikleri:

$$u_{1,2}(x, t) = \frac{i\sqrt{-1 + c^2}k(\lambda^2 - 4\mu - \lambda\sigma)}{\sqrt{2}n(\lambda - \sigma)}, \quad (4.1.6)$$

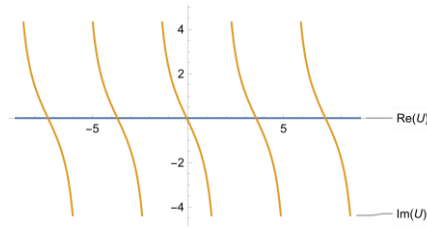
$$\sigma = \left[\sqrt{-\lambda^2 + 4\mu} \tan \left[\frac{1}{2} (E + k(-ct + x)) \sqrt{-\lambda^2 + 4\mu} \right] \right].$$



Şekil 4.4: Denklem (4.1.6)'nın reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



Şekil 4.5: Denklem (4.1.6)'nın sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri

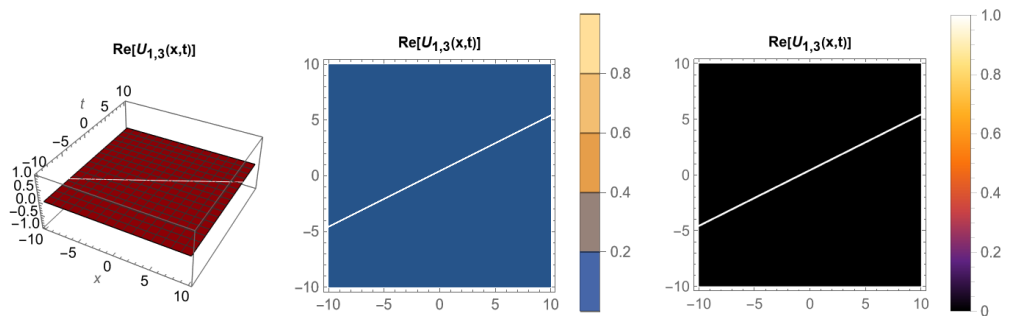


Şekil 4.6: Denklem (4.1.6)'nın reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri

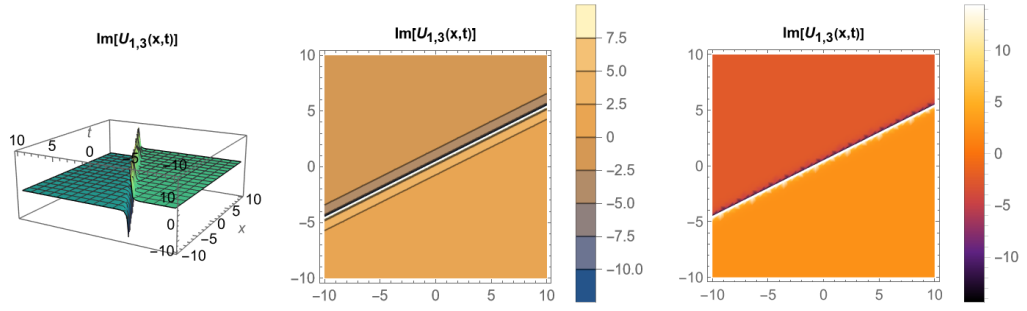
Çözüm Ailesi 3: $\lambda^2 - 4\mu > 0$, $\lambda \neq 0$, $\mu = 0$ için (4.1.1) denkleminin çözümü ve grafikleri:

$$u_{1,3}(x, t) = \frac{i\sqrt{-1 + c^2 k \lambda \coth[\tau]}}{\sqrt{2n}}, \quad (4.1.7)$$

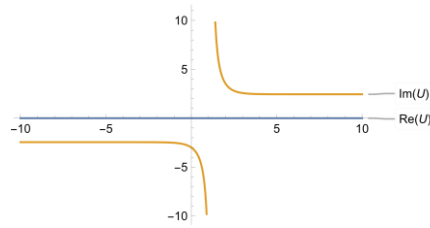
$$\tau = \left[\frac{1}{2} (E + k(-ct + x)) \lambda \right].$$



Şekil 4.7: Denklem (4.1.7)'nin reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



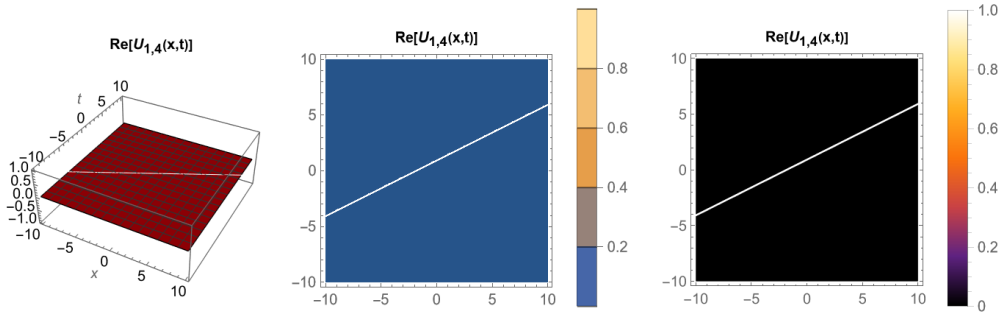
Şekil 4.8: Denklem (4.1.7)'nin sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



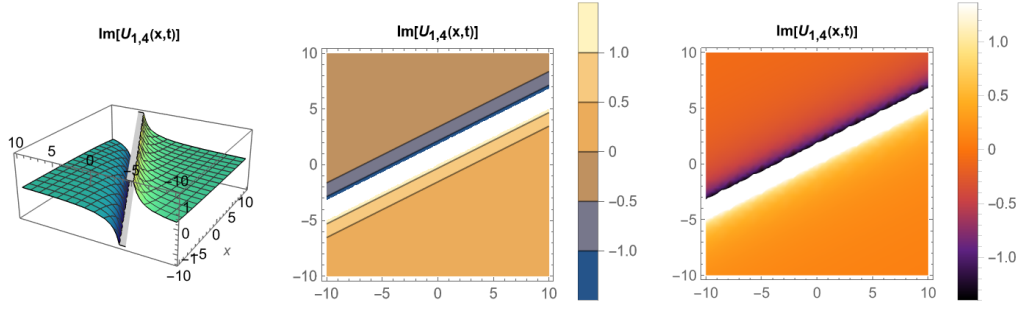
Şekil 4.9: Denklem (4.1.7)'nin reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri

Çözüm Ailesi 4: $\lambda^2 - 4\mu = 0$, $\lambda \neq 0$, $\mu \neq 0$ için (4.1.1) denkleminin çözümü ve grafikleri:

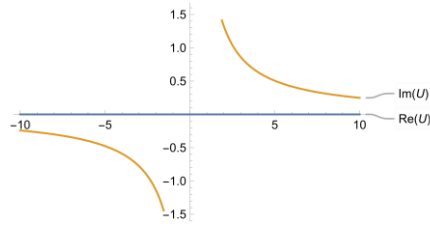
$$u_{1,4}(x, t) = \frac{i\sqrt{2}\sqrt{-1 + c^2k}}{n + En - cknt + knx}, \quad (4.1.8)$$



Şekil 4.10: Denklem (4.1.8)'in reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



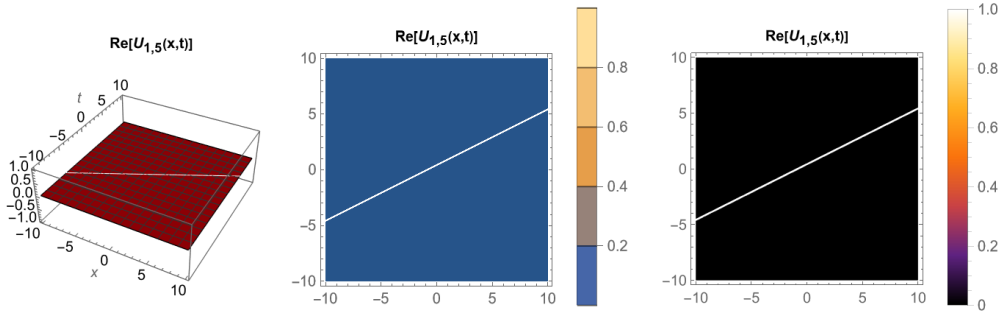
Şekil 4.11: Denklem (4.1.8)'in sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



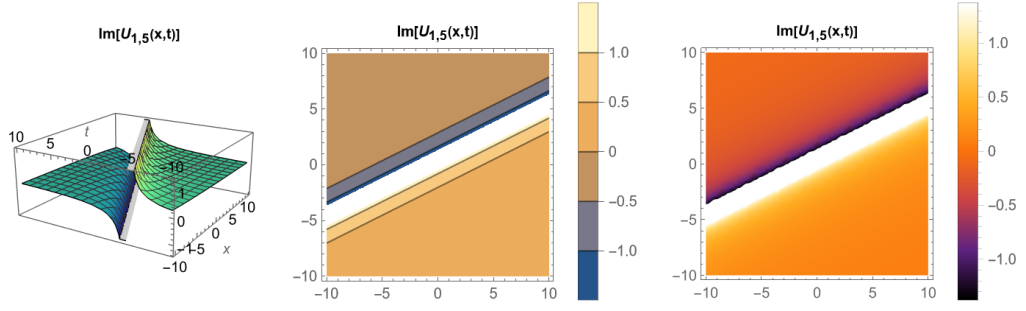
Şekil 4.12: Denklem (4.1.8)'in reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri

Çözüm Ailesi 5: $\lambda^2 - 4\mu = 0$, $\lambda = 0$, $\mu = 0$ için (4.1.1) denkleminin çözümü ve grafikleri:

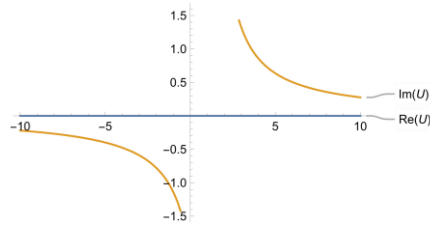
$$u_{1,5}(x, t) = \frac{i\sqrt{2}\sqrt{-1 + c^2k}}{n(E + k(-ct + x))}, \quad (4.1.9)$$



Şekil 4.13: Denklem (4.1.9)'un reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



Şekil 4.14: Denklem (4.1.9)'un sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



Şekil 4.15: Denklem (4.1.9)'un reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri

Durum-2:

$$A_0 = -\frac{2(-1 + c^2)k^2 B_0^2}{n^2 A_2},$$

$$A_1 = \frac{2\sqrt{2}\sqrt{-((-1 + c^2)k^2)}B_0}{n},$$

$$B_1 = \frac{nA_2}{\sqrt{2}\sqrt{-((-1 + c^2)k^2)}}$$

$$\lambda = \frac{2\sqrt{2}\sqrt{-((-1 + c^2)k^2)}B_0}{nA_2},$$

$$\mu = \frac{m^2}{2(-1 + c^2)k^2} - \frac{2(-1 + c^2)k^2 B_0^2}{n^2 A_2^2},$$

yukarıdaki katsayılar yardımıyla;

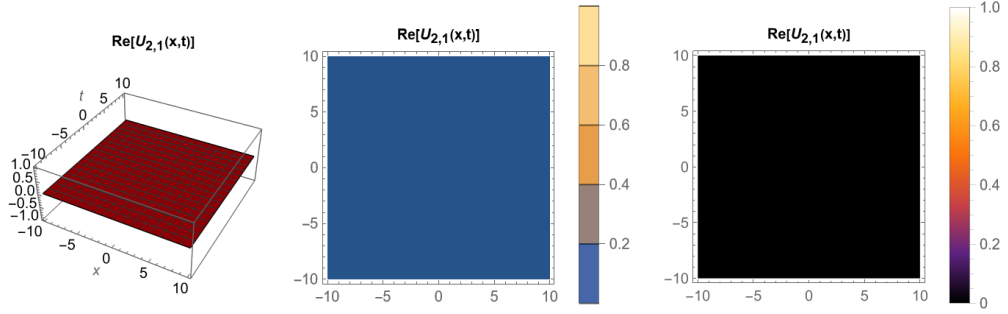
$$u_2(x, t) = \frac{\sqrt{2}e^{-\vartheta} \sqrt{-((-1 + c^2)k^2)}n - \frac{2(-1 + c^2)k^2 B_0}{A_2}}{n^2} \quad (4.1.10)$$

çözüm fonksiyonu elde edilmiştir.

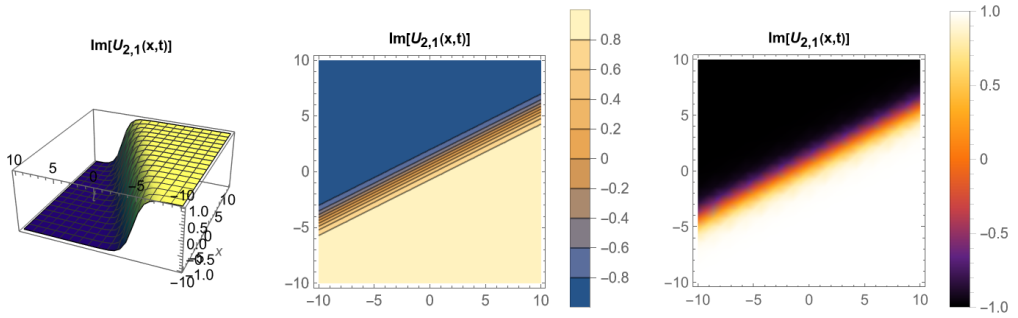
Çözüm Ailesi 1: $\lambda^2 - 4\mu > 0$, $\mu \neq 0$ için (4.1.1) denkleminin çözümü ve grafikleri:

$$u_{2,1}(x, t) = \frac{\varphi - \frac{2\sqrt{2} \sqrt{-((-1 + c^2)k^2)n\mu}}{\lambda + \rho}}{n^2}, \quad (4.1.11)$$

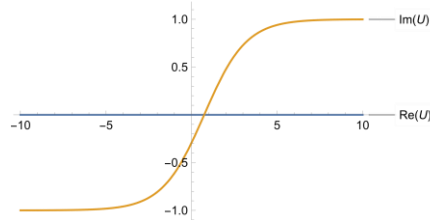
$$\rho = \left[\sqrt{\lambda^2 - 4\mu} \tanh \left[\frac{1}{2} (E + k(-ct + x)) \sqrt{\lambda^2 - 4\mu} \right] \right], \varphi = \left[-\frac{2(-1+c^2)k^2 B_0}{A_2} \right].$$



Şekil 4.16: Denklem (4.1.11)'in reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



Şekil 4.17: Denklem (4.1.11)'in sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



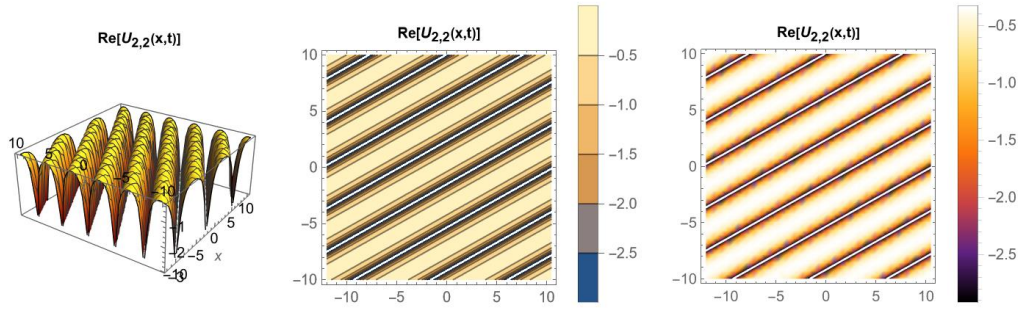
Şekil 4.18: Denklem (4.1.11)'in reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri

Çözüm Ailesi 2: $\lambda^2 - 4\mu < 0$, $\mu \neq 0$ için (4.1.1) denkleminin çözümü ve grafikleri:

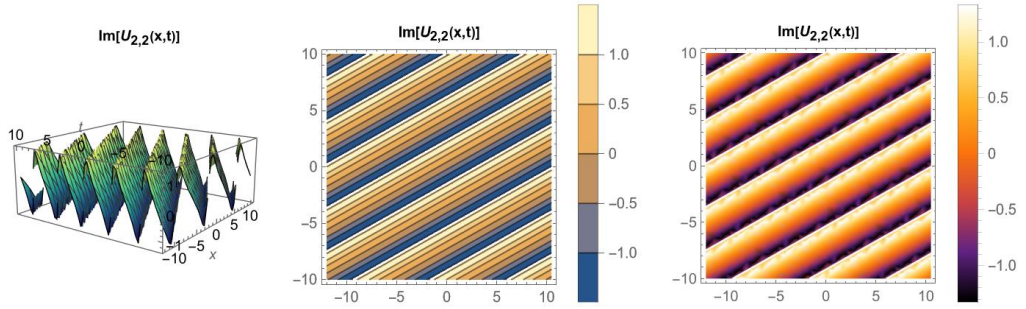
$$u_{2,2}(x, t) = \frac{\varphi - \frac{2\sqrt{2} \sqrt{-((-1 + c^2)k^2)n\mu}}{\lambda - \sigma}}{n^2}, \quad (4.1.12)$$

$$\sigma = \left[\sqrt{-\lambda^2 + 4\mu} \tan \left[\frac{1}{2} (E + k(-ct + x)) \sqrt{-\lambda^2 + 4\mu} \right] \right],$$

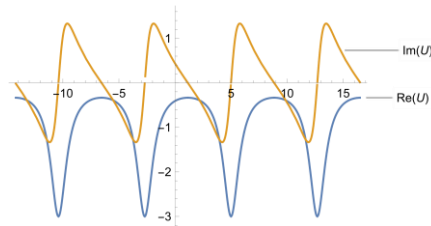
$$\varphi = \left[-\frac{2(-1+c^2)k^2 B_0}{A_2} \right].$$



Şekil 4.19: Denklem (4.1.12)'nin reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



Şekil 4.20: Denklem (4.1.12)'nin sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri

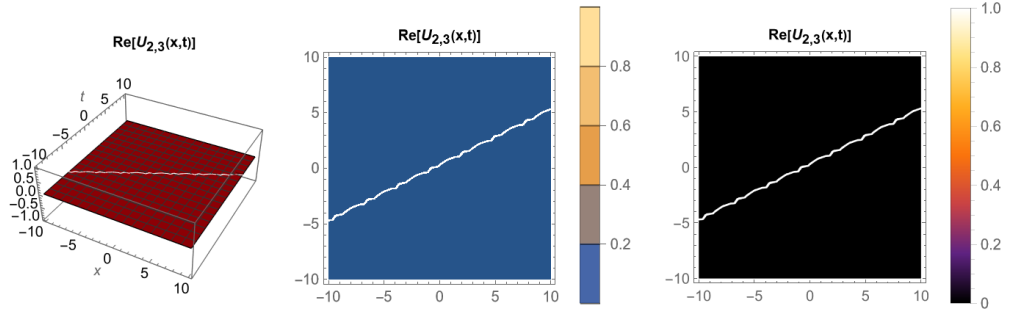


Şekil 4.21: Denklem (4.1.12)'nin reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri

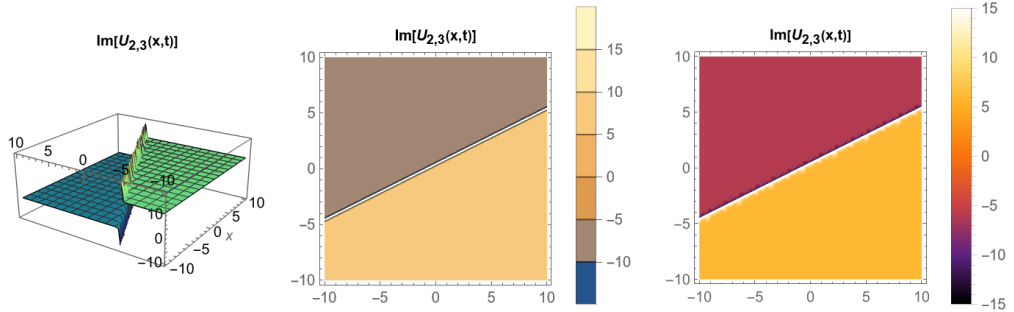
Çözüm Ailesi 3: $\lambda^2 - 4\mu > 0$, $\lambda \neq 0$, $\mu = 0$ için (4.1.1) denkleminin çözümü ve grafikleri:

$$u_{2,3}(x, t) = \frac{\sqrt{2} \sqrt{-((-1 + c^2)k^2)n\lambda}}{-1 + e^{(E-ckt+kx)\lambda}} + \varphi, \quad (4.1.13)$$

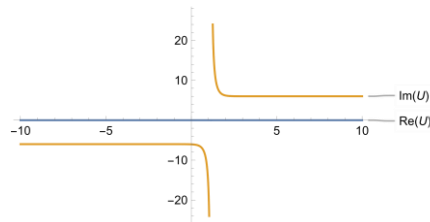
$$\varphi = \left[-\frac{2(-1+c^2)k^2 B_0}{A_2} \right].$$



Şekil 4.22: Denklem (4.1.13)'ün reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



Şekil 4.23: Denklem (4.1.13)'ün sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri

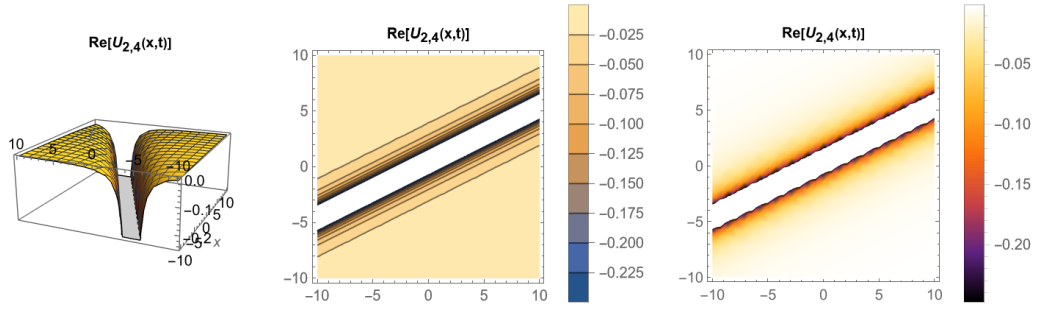


Şekil 4.24: Denklem (4.1.13)'ün reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri

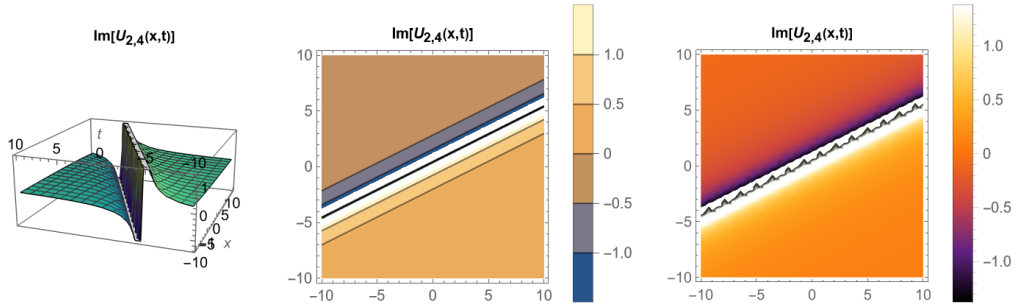
Çözüm Ailesi 4: $\lambda^2 - 4\mu = 0$, $\lambda \neq 0$, $\mu \neq 0$ için (4.1.1) denkleminin çözümü ve grafikleri:

$$u_{2,4}(x, t) = \frac{16\sqrt{2} \sqrt{-((-1 + c^2)k^2)n(E + k(-ct + x))}}{4 + 8i(E + k(-ct + x))} + \varphi, \quad (4.1.14)$$

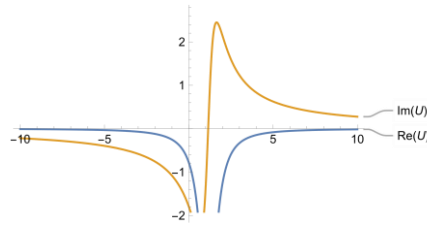
$$\varphi = \left[-\frac{2(-1+c^2)k^2 B_0}{A_2} \right].$$



Şekil 4.25: Denklem (4.1.14)'ün reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



Şekil 4.26: Denklem (4.1.14)'ün sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri

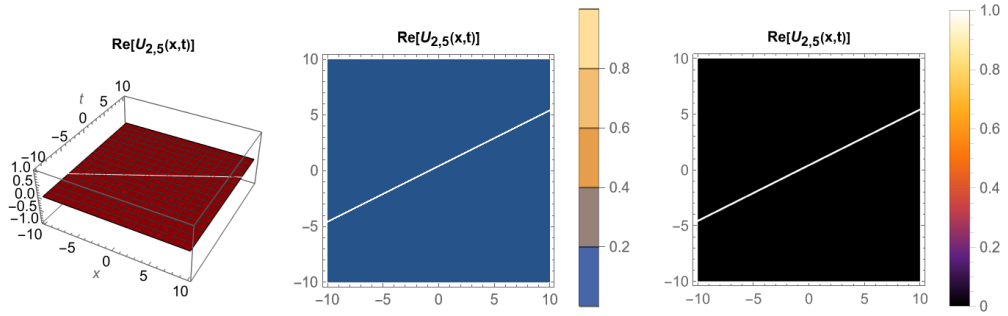


Şekil 4.27: Denklem (4.1.14)'ün reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri

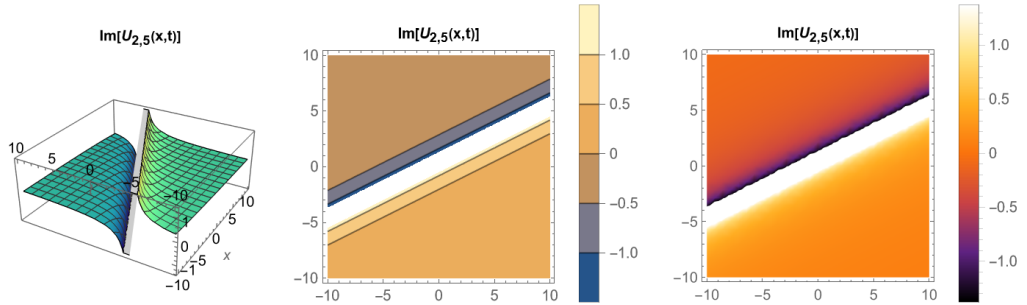
Çözüm Ailesi 5: $\lambda^2 - 4\mu = 0$, $\lambda = 0$, $\mu = 0$ için (4.1.1) denkleminin çözümü ve grafikleri:

$$u_{2,5}(x, t) = \frac{\sqrt{2} \sqrt{-((-1 + c^2)k^2)n}}{E - ckt + kx} + \varphi, \quad (4.1.15)$$

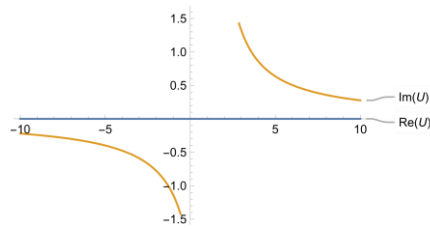
$$\varphi = \left[-\frac{2(-1+c^2)k^2 B_0}{A_2} \right].$$



Şekil 4.28: Denklem (4.1.15)'in reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



Şekil 4.29: Denklem (4.1.15)'in sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



Şekil 4.30: Denklem (4.1.15)'in reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri

4.2. Duffing Denklemi

Bu bölümde Duffing denklemine dalga dönüşümü uygulanarak genişletilmiş üstel fonksiyon metodu ile hareketli dalga çözümlerine ulaşılmıştır.

Duffing denklemi aşağıdaki gibidir (Bekir & Unsal, 2013):

$$u_{tt} + au + bu^3 = 0. \quad (4.2.1)$$

$u(x, t) = u(\xi)$, $\xi = k(x - ct)$ dalga dönüşümü yapıldıktan sonra (4.2.1) denklemi için gerekli olan türev ifadeleri bulunup denklemde yerine yazılıp düzenlendikten sonra aşağıdaki lineer olmayan adi diferansiyel formuna indirgenir:

$$k^2c^2u'' + au + bu^3 = 0. \quad (4.2.2)$$

(4.2.2) denkleminde lineer olmayan en yüksek dereceli terim ile en yüksek mertebeli türeve sahip terim arasındaki dengeleme bağıntısı incelenirse;

$$u^3 \cong u''$$

$$3(m - n) \cong (m - n + 2)$$

$$m \cong n + 1$$

$n = 1$ için $m = 2$ elde edilir. Bu durumda (3.1.4) denklemi aşağıdaki gibidir:

$$u = \frac{A_0 + A_1 e^{-\vartheta(\xi)} + A_2 e^{-2\vartheta(\xi)}}{B_0 + B_1 e^{-\vartheta(\xi)}}. \quad (4.2.3)$$

(4.2.2) denklemindeki türev ifadeleri (4.2.3) denkleminde bulunarak (4.2.2) denkleminde yerine yazılarak elde edilen cebirsel denklem sistemi paket programda çözümlenip katsayıların bulunmasıyla çözüm ailesindeki durumlara göre u çözüm fonksiyonlarına ulaşılır. Bu çözüm fonksiyonlarının üç boyutlu, dış hat, hassasiyet ve iki boyutlu grafikleri de paket program ile çizilmiştir.

Durum-1:

$$A_0 = \frac{i\sqrt{2}ckB_0^2}{\sqrt{b}B_1},$$

$$A_1 = \frac{2i\sqrt{2}ckB_0}{\sqrt{b}},$$

$$A_2 = \frac{i\sqrt{2}ckB_1}{\sqrt{b}},$$

$$a = \frac{2c^2k^2(B_0^2 - \mu B_1^2)}{B_1^2},$$

$$\lambda = \frac{2B_0}{B_1},$$

yukarıdaki katsayılar yardımıyla;

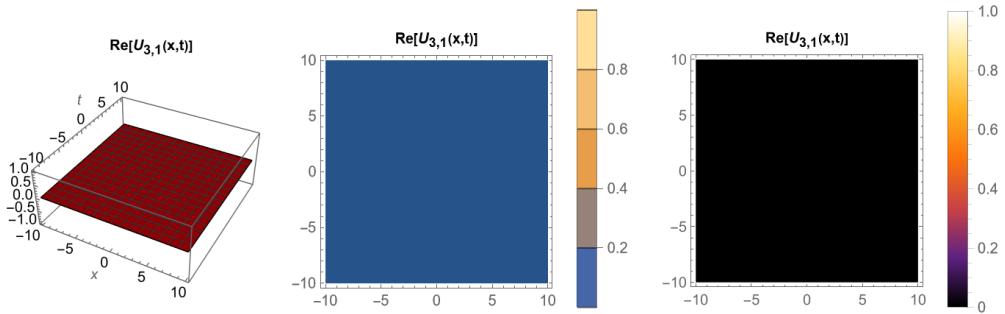
$$u_3(x, t) = \frac{i\sqrt{2}ce^{-\vartheta}k(e^{\vartheta}B_0 + B_1)}{\sqrt{b}B_1} \quad (4.2.4)$$

çözüm fonksiyonu bulunmuştur.

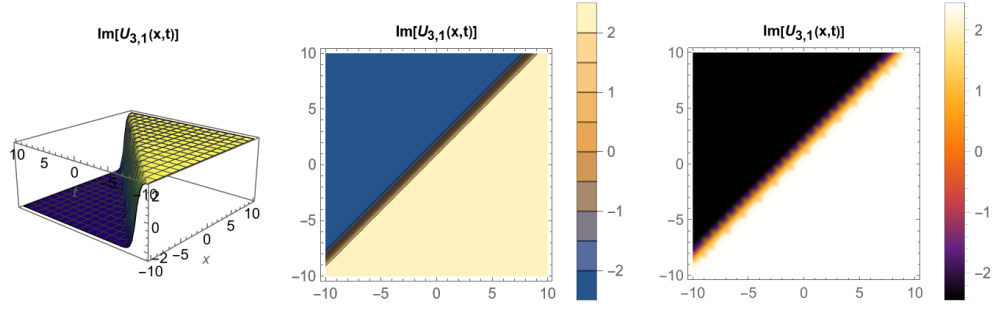
Çözüm Ailesi 1: $\lambda^2 - 4\mu > 0$, $\mu \neq 0$ için (4.2.1) denkleminin çözümü ve grafikleri:

$$u_{3,1}(x, t) = \frac{i\sqrt{2}ck(-2\mu B_1 + B_0(\lambda + \rho))}{\sqrt{b}B_1(\lambda + \rho)}, \quad (4.2.5)$$

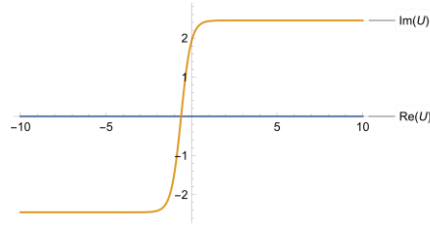
$$\rho = \left[\sqrt{\lambda^2 - 4\mu} \tanh \left[\frac{1}{2} (E + k(-ct + x)) \sqrt{\lambda^2 - 4\mu} \right] \right].$$



Şekil 4.31: Denklem (4.2.5)'in reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



Şekil 4.32: Denklem (4.2.5)'in sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri

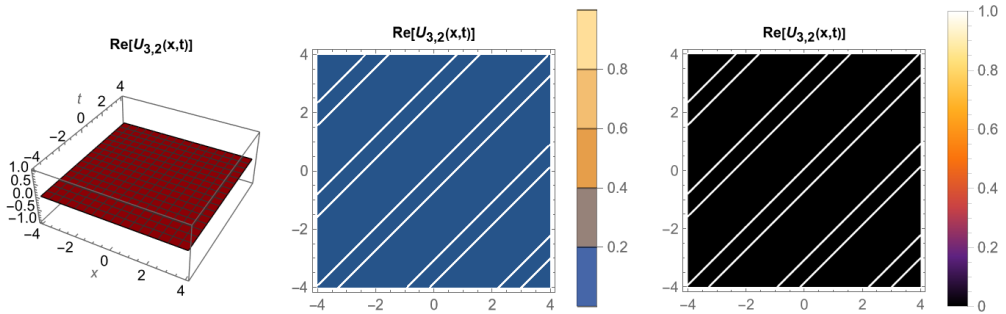


Şekil 4.33: Denklem (4.2.5)'in reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri

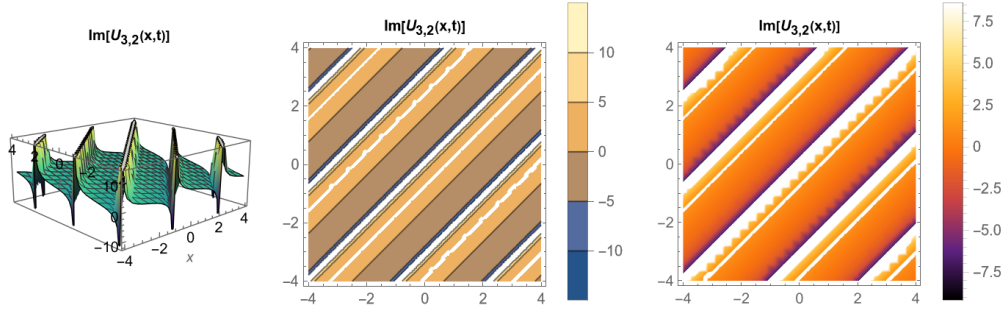
Çözüm Ailesi 2: $\lambda^2 - 4\mu < 0$, $\mu \neq 0$ için (4.2.1) denkleminin çözümü ve grafikleri:

$$u_{3,2}(x, t) = \frac{i\sqrt{2}ck(-2\mu B_1 + B_0(\lambda - \sigma))}{\sqrt{b}B_1(\lambda - \sigma)}, \quad (4.2.6)$$

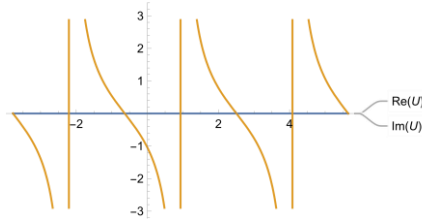
$$\sigma = \left[\sqrt{-\lambda^2 + 4\mu} \tan \left[\frac{1}{2} (E + k(-ct + x)) \sqrt{-\lambda^2 + 4\mu} \right] \right].$$



Şekil 4.34: Denklem (4.2.6)'nın reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



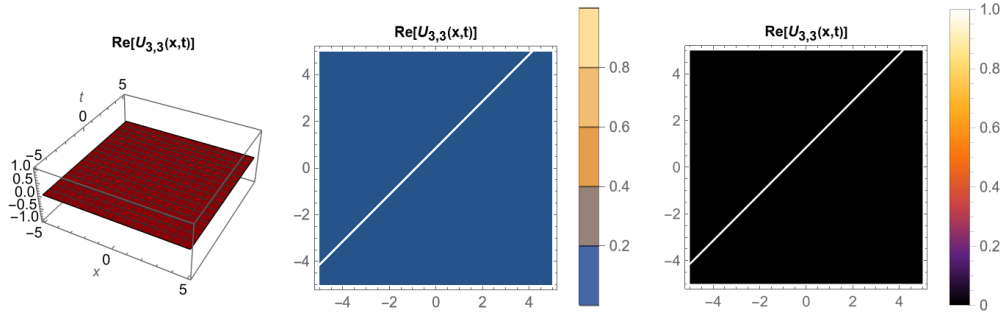
Şekil 4.35: Denklem (4.2.6)'nın sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



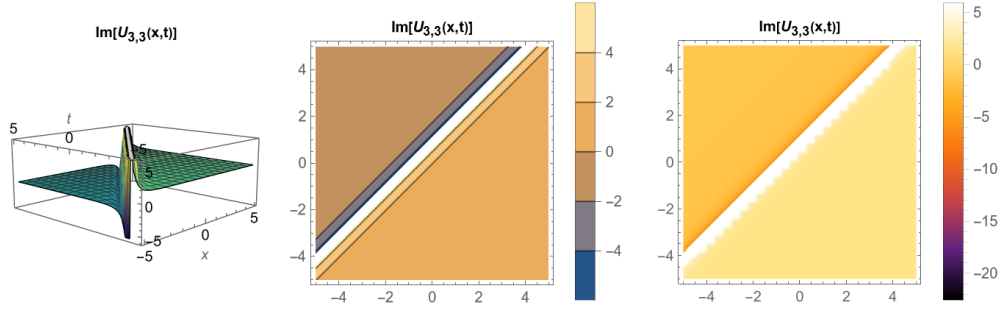
Şekil 4.36: Denklem (4.2.6)'nın reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri

Çözüm Ailesi 3: $\lambda^2 - 4\mu > 0$, $\lambda \neq 0$, $\mu = 0$ için (4.2.1) denkleminin çözümü ve grafikleri:

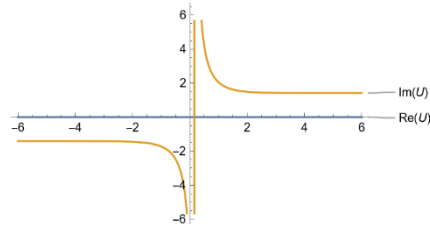
$$u_{3,3}(x, t) = \frac{i\sqrt{2}ck \left(\frac{\lambda}{-1 + e^{(E-ckt+kx)\lambda}} + \frac{B_0}{B_1} \right)}{\sqrt{b}}, \quad (4.2.7)$$



Şekil 4.37: Denklem (4.2.7)'nin reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



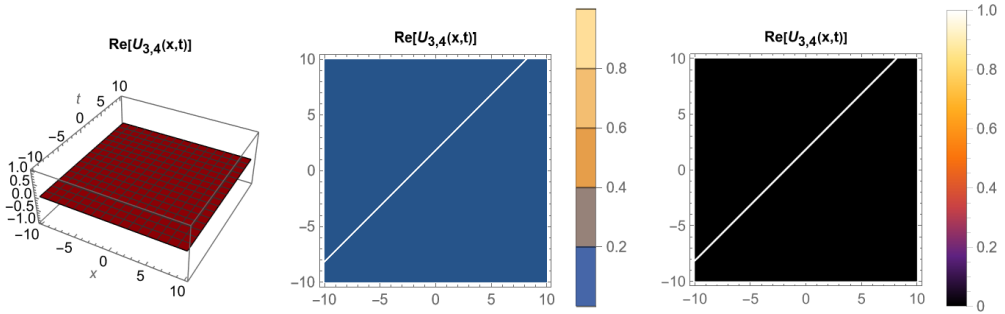
Şekil 4.38: Denklem (4.2.7)'nin sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



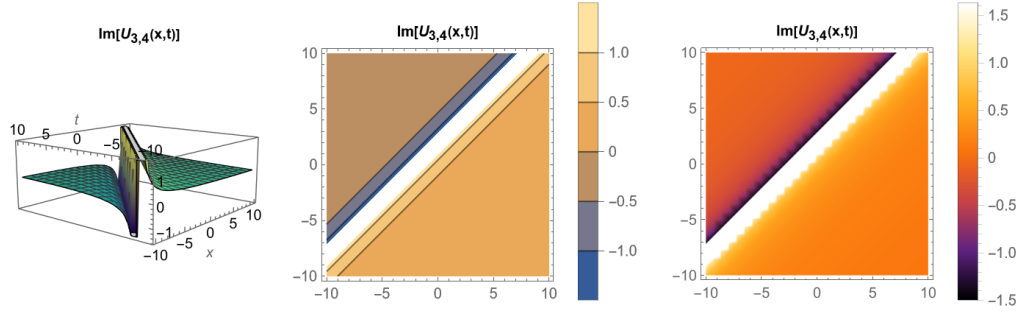
Şekil 4.39: Denklem (4.2.7)'nin reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri

Çözüm Ailesi 4: $\lambda^2 - 4\mu = 0$, $\lambda \neq 0$, $\mu \neq 0$ için (4.2.1) denkleminin çözümü ve grafikleri:

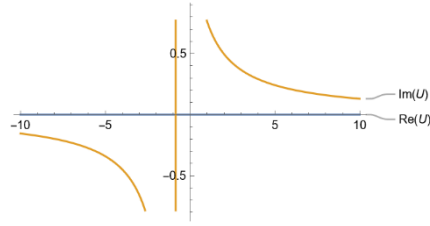
$$u_{3,4}(x, t) = -\frac{i\sqrt{2}ck \left(1 - \frac{1}{1 + E - ckt + kx} - \frac{B_0}{B_1}\right)}{\sqrt{b}}, \quad (4.2.8)$$



Şekil 4.40: Denklem (4.2.8)'in reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



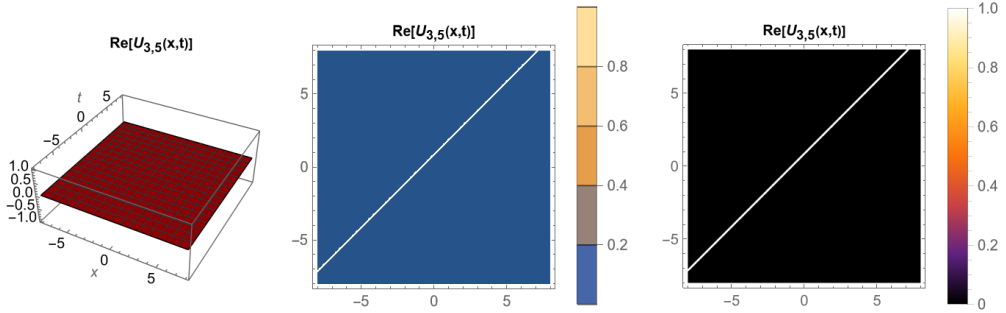
Şekil 4.41: Denklem (4.2.8)'in sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



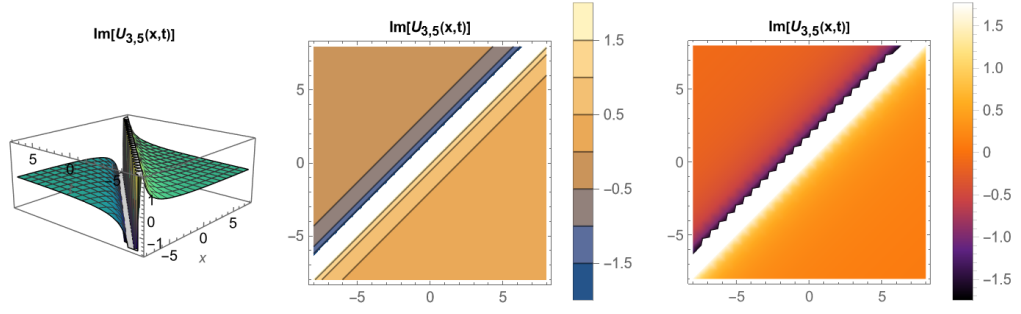
Şekil 4.42: Denklem (4.2.8)'in reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri

Çözüm Ailesi 5: $\lambda^2 - 4\mu = 0, \lambda = 0, \mu = 0$ için (4.2.1) denkleminin çözümü ve grafikleri:

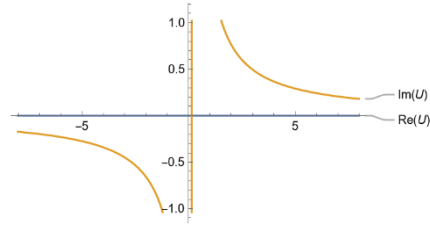
$$u_{3,5}(x, t) = \frac{i\sqrt{2}ck \left((E + k(-ct + x))B_0 + B_1 \right)}{\sqrt{b}(E + k(-ct + x))B_1}, \quad (4.2.9)$$



Şekil 4.43: Denklem (4.2.9)'un reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



Şekil 4.44: Denklem (4.2.9)'un sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



Şekil 4.45: Denklem (4.2.9)'un reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri

Durum-2:

$$A_0 = -\frac{2c^2k^2B_0^2}{bA_2},$$

$$A_1 = -\frac{2i\sqrt{2}ckB_0}{\sqrt{b}},$$

$$B_1 = \frac{i\sqrt{b}A_2}{\sqrt{2}ck},$$

$$\lambda = -\frac{2i\sqrt{2}ckB_0}{\sqrt{b}A_2},$$

$$\mu = -\frac{a}{2c^2k^2} - \frac{2c^2k^2B_0^2}{bA_2^2},$$

yukarıdaki katsayılar yardımıyla;

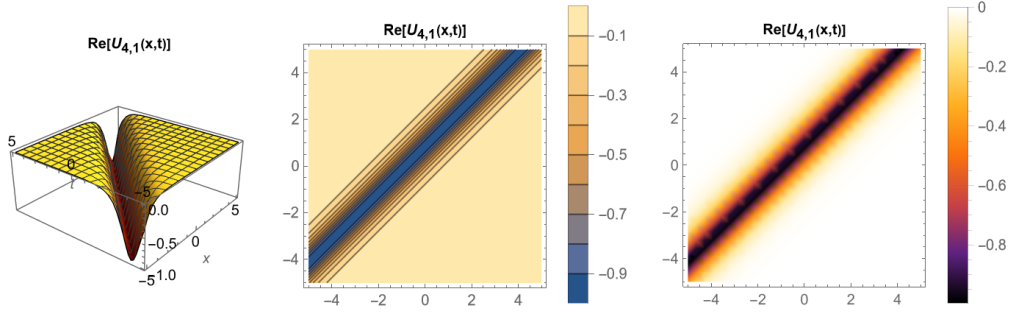
$$u_4(x, t) = \frac{ck \left(-i\sqrt{2}\sqrt{b}e^{-\vartheta} - \frac{2ckB_0}{A_2} \right)}{b} \quad (4.2.10)$$

çözüm fonksiyonu bulunmuştur.

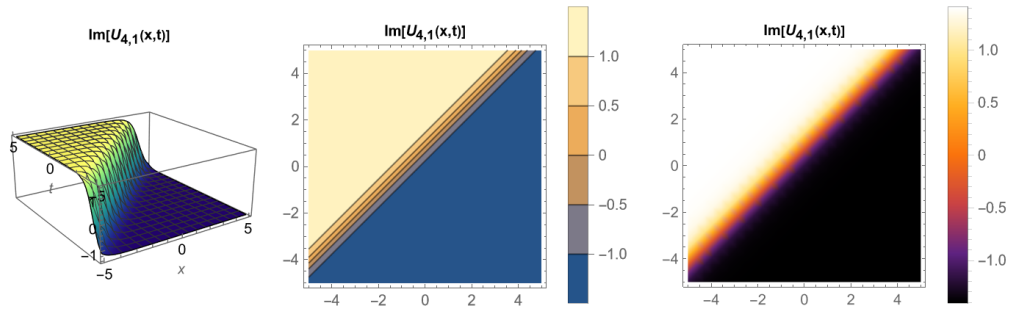
Çözüm Ailesi 1: $\lambda^2 - 4\mu > 0$, $\mu \neq 0$ için (4.2.1) denkleminin çözümü ve grafikleri:

$$u_{4,1}(x, t) = \frac{ck \left(-\frac{2ckB_0}{A_2} + \frac{2i\sqrt{2}\sqrt{b}\mu}{\lambda + \rho} \right)}{b}, \quad (4.2.11)$$

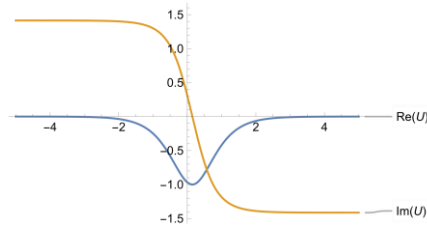
$$\rho = \left[\sqrt{\lambda^2 - 4\mu} \tanh \left[\frac{1}{2} (E + k(-ct + x)) \sqrt{\lambda^2 - 4\mu} \right] \right].$$



Şekil 4.46: Denklem (4.2.11)'in reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



Şekil 4.47: Denklem (4.2.11)'in sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri

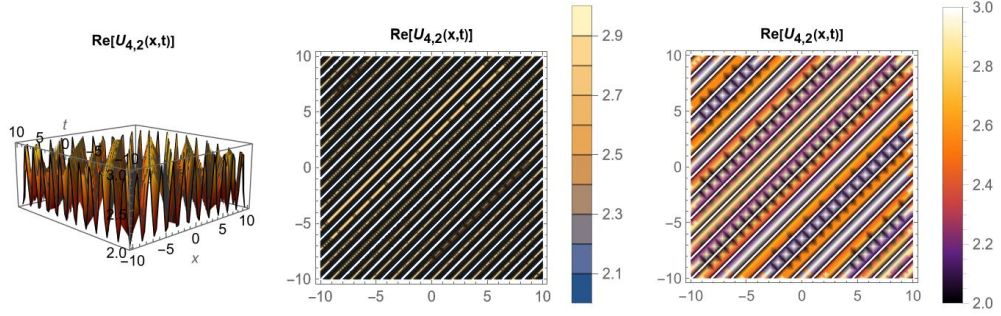


Şekil 4.48: Denklem (4.2.11)'in reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri

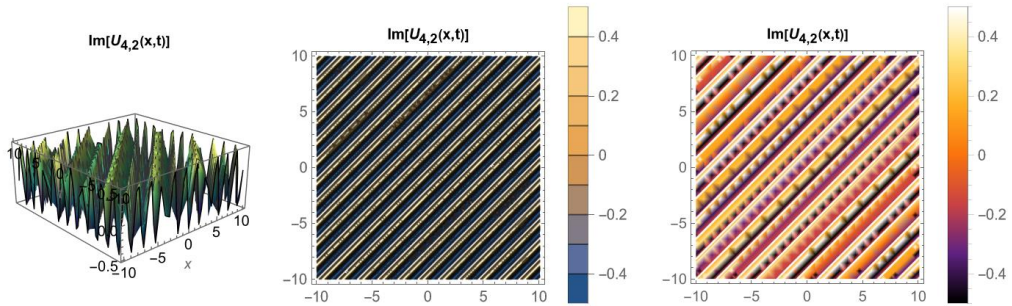
Çözüm Ailesi 2: $\lambda^2 - 4\mu < 0$, $\mu \neq 0$ için (4.2.1) denkleminin çözümü ve grafikleri:

$$u_{4,2}(x, t) = \frac{ck \left(-\frac{2ckB_0}{A_2} + \frac{2i\sqrt{2}\sqrt{b\mu}}{\lambda - \sigma} \right)}{b}, \quad (4.2.12)$$

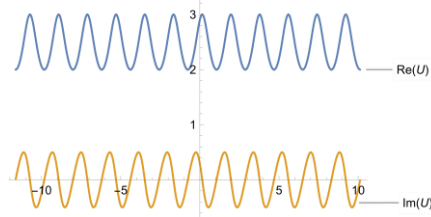
$$\sigma = \left[\sqrt{-\lambda^2 + 4\mu} \tan \left[\frac{1}{2} (E + k(-ct + x)) \sqrt{-\lambda^2 + 4\mu} \right] \right].$$



Şekil 4.49: Denklem (4.2.12)'nin reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



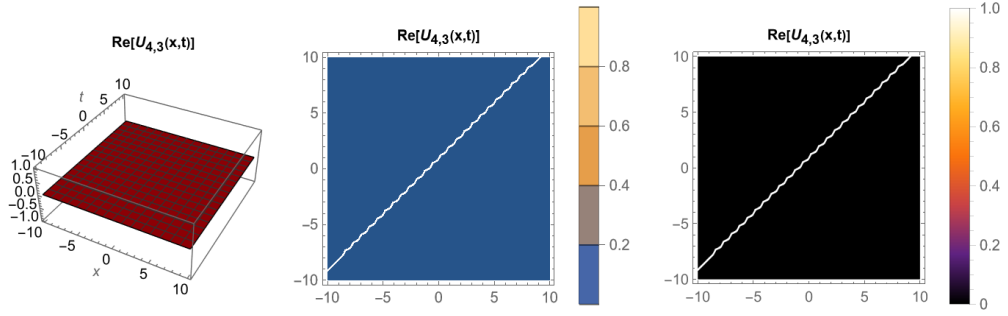
Şekil 4.50: Denklem (4.2.12)'nin sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



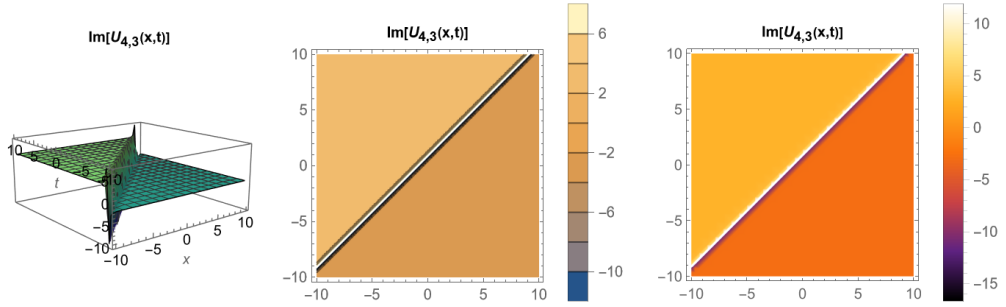
Şekil 4.51: Denklem (4.2.12)'nin reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri

Çözüm Ailesi 3: $\lambda^2 - 4\mu > 0$, $\lambda \neq 0$, $\mu = 0$ için (4.2.1) denkleminin çözümü ve grafikleri:

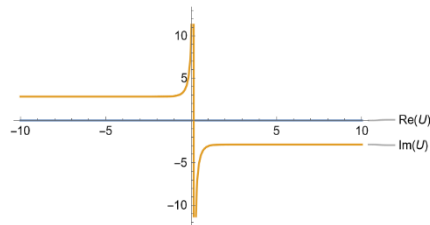
$$u_{4,3}(x, t) = \frac{ck \left(-\frac{i\sqrt{2}\sqrt{b}\lambda}{-1 + e^{(E-ckt+kx)\lambda}} - \frac{2ckB_0}{A_2} \right)}{b}. \quad (4.2.13)$$



Şekil 4.52: Denklem (4.2.13)'ün reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



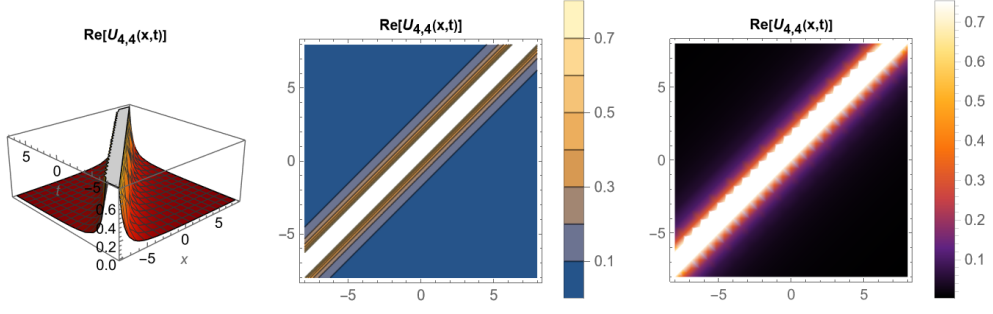
Şekil 4.53: Denklem (4.2.13)'ün sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



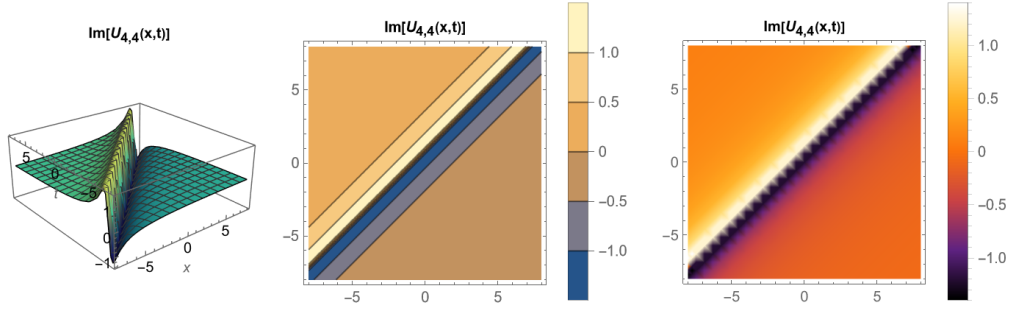
Şekil 4.54: Denklem (4.2.13)'ün reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri

Çözüm Ailesi 4: $\lambda^2 - 4\mu = 0$, $\lambda \neq 0$, $\mu \neq 0$ için (4.2.1) denkleminin çözümü ve grafikleri:

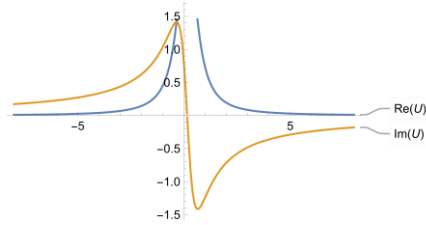
$$u_{4,4}(x, t) = \frac{ck \left(-\frac{4\sqrt{2}\sqrt{b}(E + k(-ct + x))}{-i + 2E - 2ckt + 2kx} - \frac{2ckB_0}{A_2} \right)}{b}. \quad (4.2.14)$$



Şekil 4.55: Denklem (4.2.14)'ün reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



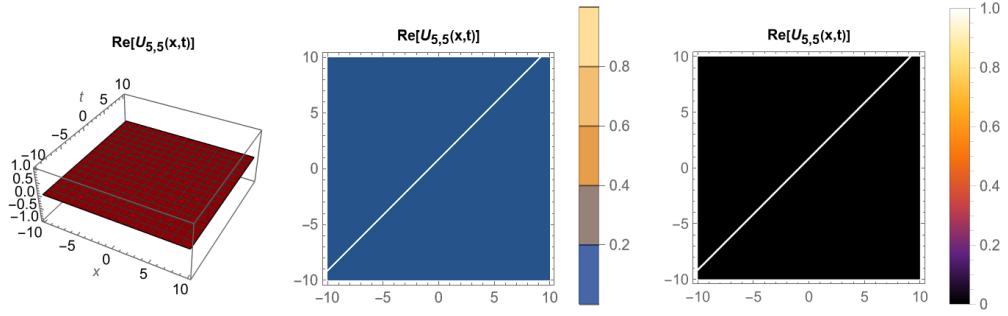
Şekil 4.56: Denklem (4.2.14)'ün sanal kısmının üç boyutlu, dış hat, hassasiyet grafikleri



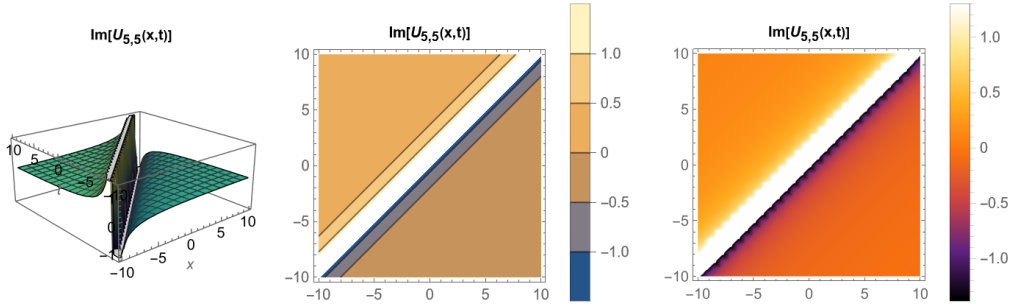
Şekil 4.57: Denklem (4.2.14)'ün reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri

Çözüm Ailesi 5: $\lambda^2 - 4\mu = 0, \lambda = 0, \mu = 0$ için (4.2.1) denkleminin çözümü ve grafikleri:

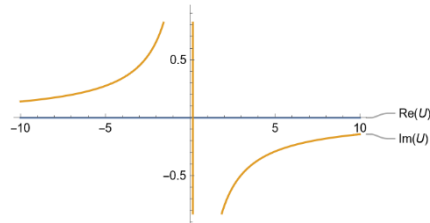
$$u_{5,5}(x, t) = \frac{ck \left(-\frac{i\sqrt{2}\sqrt{b}}{E + k(-ct + x)} - \frac{2ckB_0}{A_2} \right)}{b}. \quad (4.2.15)$$



Şekil 4.58: Denklem (4.2.15)'in reel kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



Şekil 4.59: Denklem (4.2.15)'in sanal kısmının üç boyutlu, dış hat ve hassasiyet grafikleri



Şekil 4.60: Denklem (4.2.15)'in reel ve sanal kısmının iki boyutlu grafikleri

5. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında (1+1)-ölçülü Landau-Ginzburg-Higgs ve Duffing lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemlerine genişletilmiş üstel fonksiyon metodu uygulanarak hareketli dalga çözümlerine ulaşıp incelenmiştir. Bu çözüm fonksiyonları hiperbolik, trigonometrik, üstel, rasyonel fonksiyonlardır. Metoda göre varsayılan u çözüm fonksiyonunun üstel fonksiyon içermesi çoğu zaman elde edilen çözüm fonksiyonlarının periyodik fonksiyon özelliği göstermesini sağlamaktadır. Çalışmada ele alınan denklemlerin hareketli dalga çözümlerinin periyodik fonksiyon özelliği gösterdiği görülmüştür. Elde edilen çözüm fonksiyonlarına uygun parametreler verilerek paket program yardımıyla üç boyutlu, dış hat, hassasiyet ve iki boyutlu grafikleri çizilmiştir. Bu grafikler, araştırmacıların ele alınan lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemlerin dalga davranışının fiziksel yorumunu yapmasına olanak sağlamaktadır. Sonuç olarak, matematiksel modelleme örneği olan lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemlerin çözümlerinin araştırılmasında genişletilmiş üstel fonksiyon metodunun etkili bir yöntem olduğu gösterilmiştir.

6. KAYNAKLAR

- Al-Jawary, MA. & Abd-Al-Razaq, SG. (2016). Analytic and numerical solution for Duffing equations. *International Journal of Basic and Applied Sciences*, 5(2), 115-119.
- Akbar, MA. & Ali, NHM. (2011). Exp-function method for Duffing equation and new solutions of $(2+ 1)$ dimensional dispersive long wave equations. *Progress in Applied Mathematics*, 1(2), 30-42.
- Aktürk, T., Gürefe, Y. & Pandır, Y. (2017). An application of the new function method to the Zhiber–Shabat equation. *An International Journal of Optimization and Control: Theories & Applications. (IJOCTA)*, 7(3), 271-274.
- Barman, HK., Akbar, MA., Osman, MS., Nisar, KS., Zakarya, M., Abdel-Aty, AH. & Eleuch, H. (2021). Solutions to the Konopelchenko-Dubrovsky equation and the Landau-Ginzburg-Higgs equation via the generalized Kudryashov technique. *Results in Physics*, 24, 104092.
- Baskonus, HM., Bulut, H. & Sulaiman, TA. (2017). Investigation of various travelling wave solutions to the extended $(2+ 1)$ -dimensional quantum ZK equation. *The European Physical Journal Plus*, 132(11), 1-8.
- Bekir, A. & Unsal, O. (2013). Exact solutions for a class of nonlinear wave equations by using first integral method. *International Journal of Nonlinear Science*, 15(2), 99-110.
- Bülbül, B. & Sezer, M. (2013). Numerical solution of Duffing equation by using an improved Taylor matrix method. *Journal of Applied Mathematics*.
- Cevikel, AC., Aksoy, E., Günerb, Ö. & Bekir, A. (2013). Dark-bright soliton solutions for some evolution equations. *Int. J. Nonlinear Sci*, 16(3), 195-202.
- Evans, DJ. & Raslan, KR. (2005a). The tanh function method for solving some important non-linear partial differential equations. *International Journal of Computer Mathematics*, 82(7), 897-905.
- Eze, EO., Obasi, UE. & Agwu, EU. (2019). Stability Analysis of Periodic Solutions of Some Duffing's Equations. *Open Journal of Applied Sciences*, 9(4), 198-214.
- Feng, Z. (2002). The first-integral method to study the Burgers–Korteweg–de Vries equation. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 35(2), 343.
- He, JH. & Wu, XH. (2006). Exp-function method for nonlinear wave equations. *Chaos, Solitons & Fractals*, 30(3), 700-708.
- Hosseini, K. & Ansari, R. (2017). New exact solutions of nonlinear conformable time-fractional Boussinesq equations using the modified Kudryashov method. *Waves in Random and Complex Media*, 27(4), 628-636.
- Hu, WP., Deng, ZC., Han, SM. & Fa, W. (2009). Multi-symplectic Runge-Kutta methods for Landau-Ginzburg-Higgs equation. *Applied Mathematics and Mechanics*, 30(8), 1027-1034.

- Iftikhar, A., Ghafoor, A., Zubair, T., Firdous, S. & Mohyud-Din, ST. (2013). - expansion method for traveling wave solutions of (2+ 1) dimensional generalized KdV, Sin Gordon and Landau-Ginzburg-Higgs Equations. *Sci. Res. Essays*, 8(28), 1349-1359.
- Islam, ME. & Akbar, MA. (2020). Stable wave solutions to the Landau-Ginzburg-Higgs equation and the modified equal width wave equation using the IBSEF method. *Arab Journal of Basic and Applied Sciences*, 27(1), 270-278.
- Liu, CS. (2005). Trial equation method and its applications to nonlinear evolution equations. *Acta Physica Sinica*, 54(6), 2505-2509.
- Marinca, V. & Herişanu, N. (2011). Explicit and exact solutions to cubic Duffing and double-well Duffing equations. *Mathematical and Computer Modelling*, 53(5-6), 604-609.
- Salas, AH. (2014). Exact solution to Duffing equation and the pendulum equation. *Applied Mathematical Sciences*, 8(176), 8781-8789.
- Tabatabaei, K. & Gunerhan, E. (2014). Numerical solution of Duffing equation by the differential transform method. *Appl. Math. Inf. Sci. Lett.*, 2(1), 1-6.
- Wazwaz, AM. (2004). The tanh method for traveling wave solutions of nonlinear equations. *Applied Mathematics and Computation*, 154(3), 713-723.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler	
Adı Soyadı	Çağlar KUBAL
Doğum Yeri	
Doğum Tarihi	
Uyruğu	<input checked="" type="checkbox"/> T.C.
Telefon	
E-Posta Adresi	
Eğitim Bilgileri	
Lisans	
Üniversite	Cumhuriyet Üniversitesi
Fakülte	Eğitim Fakültesi
Bölümü	Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği
Mezuniyet Yılı	06.06.2016
Yüksek Lisans	
Üniversite	Ordu Üniversitesi
Enstitü Adı	Fen Bilimleri Enstitüsü
Anabilim Dalı	Matematik Anabilim Dalı
Mezuniyet Tarihi	23.09.2022
Yayımlar	
<p>Aktürk, T. and Kubal, Ç., “Analysis of wave solutions of (2+ 1)-dimensional Nizhnik-Novikov-Veselov equation”, Ordu Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi, 11(1) 13-24, (2021).</p> <p>Aktürk, T. and Kubal, Ç., “The behavior of plasma and space-charge waves represented by nonlinear mathematical models”, Journal of Ocean Engineering and Science, (2022).</p>	