



**T. C.**

**ORDU ÜNİVERSİTESİ**

**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MATEMATİKSEL DÜŞÜNME ÜZERİNE YAPILAN  
ÇALIŞMALARIN SİSTEMATİK OLARAK İNCELENMESİ**

**MÜBERRA GÖK**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ  
ANABİLİM DALI**

**MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**ORDU 2022**

## TEZ BİLDİRİMİ

Tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan ve kullanılan intihal tespit programının sonuçlarına göre; bu tezin yazılmasında bilimsel ahlak kurallarına uyulduğunu, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, tezin içerdiği yenilik ve sonuçların başka bir yerden alınmadığını, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, tezin herhangi bir kısmının bu üniversite veya başka bir üniversitedeki başka bir tez çalışması olarak sunulmadığını beyan ederim.

**MÜBERRA GÖK**

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

## ÖZET

### MATEMATİKSEL DÜŞÜNME ÜZERİNE YAPILAN ÇALIŞMALARIN SİSTEMATİK OLARAK İNCELENMESİ

MÜBERRA GÖK

ORDU ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ, 93 SAYFA

(TEZ DANIŞMANI: Doç. Dr. Meral CANSIZ AKTAŞ)

Matematiksel düşünme, matematik eğitiminde önemli bir yere sahiptir. Öğrencilerin sadece formül ezberleyen bireyler olmayıp, sorgulayan, yorumlayan, düşünen bireyler olarak yetiştirilebilmesi, matematiğin bir düşünce ürünü olduğunun anlaşılabilmesi için öğrencilere matematiksel düşünme becerisi kazandırmak önem taşımaktadır.

Bu kapsamda çalışmanın amacı Web of Science veri tabanında 1990-2021 yılları arasında matematiksel düşünme üzerine yayınlanan makalelerin bibliyometrik analiz yöntemi kullanılarak haritalandırılması ve araştırma eğilimlerinin izlenmesi olarak belirlenmiştir. Web of Science veri tabanında “mathematical thinking” ifadesi ile yapılan tarama sonucunda; matematik eğitimi alanında Ocak1990 - Aralık 2021 tarihleri arasında İngilizce dilinde yayınlanan 668 adet makale araştırmaya dâhil edilmiştir.

Araştırmanın sonucunda belirlenen yıllar arasında matematiksel düşünme üzerine yapılan çalışma sayısının düzenli olarak artış gösterdiği belirlenmiştir. Ayrıca incelenen çalışmalarda en sık kullanılan anahtar kelimelerin matematik, fark etme, matematik eğitimi, öğrenci matematiksel düşünmesi, problem çözme, ileri matematiksel düşünme, öğretmen eğitimi, öğretmen bilgisi, akıl yürütme, değerlendirme, aday öğretmen eğitimi, teknoloji, matematik öğretimi, kesirler, görev tasarımı, bilişsel talep ve yansıtma olduğu görülmüştür. Ülkelere göre inceleme yapıldığında ABD, Avustralya ve Türkiye'nin en fazla makale üreten ülkeler olduğu fark edilmiştir. Matematiksel düşünme ile ilgili makalelerin bibliyometrik analizi makaleleri yansıtan anahtar kelimelerin birbirleriyle ilişkilerine göre oluşan dört kümeli bir yapıyı ortaya çıkarmıştır. Bu kümeler; fark etme, geliştirme, ileri matematiksel düşünme ve teknoloji olarak isimlendirilmiştir. Matematiksel düşünmenin dinamiklerine yönelik olarak yapılan bu çalışmanın araştırmacıların, öğretmenlerin, öğrencilerin araştırmaya ihtiyaç duyulan alanlar hakkında fikir sahibi olmalarına ve bu doğrultuda planlamalar yapmalarına yardımcı olacağı düşünülmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Bibliyometrik Analiz, Matematik Eğitimi, Matematiksel Düşünme

## ABSTRACT

### SYSTEMATIC REVIEW OF STUDIES ON MATHEMATICAL THINKING

MÜBERRA GÖK

ORDU UNIVERSITY INSTITUTE OF NATURAL AND APPLIED  
SCIENCES

MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION

MATHEMATICS EDUCATION

MASTER THESIS, 93 PAGES

(SUPERVISOR: Assoc. Prof. Dr. Meral CANSIZ AKTAŞ)

Mathematical thinking has an important place in mathematics education. It is important to provide students with mathematical thinking skills so that they can be raised not only as individuals who memorize formulas, but also as individuals who question, interpret and think, and to understand that mathematics is a product of thought.

In this context, the purpose of this study was to map the articles on mathematical thinking published between 1990-2021 in the Web of Science database using the bibliometric analysis method and to investigate the research trends. As a result of the search made with the phrase "mathematical thinking" in the Web of Science database; 668 articles published in English between January 1990 and December 2021 in the field of mathematics education were included in the research.

As a result of the research, it was determined that the number of studies on mathematical thinking increased regularly between the years determined. In addition, the most frequently used keywords in the studies examined were mathematics, noticing, mathematics education, student mathematical thinking, problem solving, advanced mathematical thinking, teacher education, teacher knowledge, reasoning, evaluation, teacher candidate education, technology, mathematics teaching, fractions, task. design, cognitive demand, and reflection. When analyzed by country, it has been noticed that the USA, Australia and Turkey are the countries that produce the most articles. The bibliometric analysis of the articles on mathematical thinking revealed a four-cluster structure formed according to the relationships of the keywords reflecting the articles. These sets are; recognition, development, advanced mathematical thinking and technology.

It is thought that this study on the dynamics of mathematical thinking will help researchers, teachers, students have an idea about the areas that need research and make plans accordingly.

**Keywords:** Bibliometric Analysis, Mathematical Thinking, Mathematics Education

## TEŞEKKÜR

Tez konumun belirlenmesi, çalışmanın yürütülmesi ve yazımı esnasında desteğini her zaman hissettiğim, deneyimi ve birikimini paylaşarak rehberlik eden, her ihtiyaç duyduğumda zaman ayırıp sabırla sorularımı cevaplandıran danışman hocam Sayın Doç. Dr. Meral CANSIZ AKTAŞ'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tez savunma jürimde yer alan ve önerileriyle tezime katkıda bulunan değerli hocalarım Sayın Doç. Dr. Cemalettin YILDIZ ve Dr. Öğr. Üyesi Himmet KORKMAZ'a tezime sundukları katkılardan dolayı teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisans eğitimimin bana kazandırdığı, birlikte öğrenmekten ve çalışmaktan çok keyif aldığım arkadaşlarıma, özellikle Zehra COŞKUN TÜRKOĞLU, Büşra ALPHAYTA ve Aslıhan ÖZMEN'e çok teşekkür ederim.

Hayatımın her anında yanımda olan, yorulduğumda devam etmem için cesaretlendiren güzel aileme; annem Muteber GÖK, kardeşlerim Rüveyda KARACA ve Mustafa KARACA'ya; kitaplarla dolu bir evde, küçük birer araştırmacı olarak büyümemizi sağlayan, yaşadığım her an özlemeye devam edeceğim canım babam Rıdvan GÖK'e sonsuz sevgi ve teşekkürlerimi sunarım.

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
<b>TEZ BİLDİRİMİ</b> .....	I
<b>ÖZET</b> .....	II
<b>ABSTRACT</b> .....	III
<b>TEŞEKKÜR</b> .....	IV
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	V
<b>ŞEKİL LİSTESİ</b> .....	VII
<b>ÇİZELGE LİSTESİ</b> .....	VIII
<b>SİMGELER ve KISALTMALAR LİSTESİ</b> .....	IX
<b>1. GİRİŞ</b> .....	1
1.1 Problem Durumu.....	1
1.3 Araştırmanın Önemi.....	4
1.4 Araştırmanın Problemi.....	5
1.5 Araştırmanın Alt Problemleri.....	5
1.6 Araştırmanın Sayıtları.....	5
1.7 Araştırmanın Sınırlılıkları.....	5
<b>2. GENEL BİLGİLER</b> .....	6
2.1 Kuramsal Çerçeve.....	6
2.1.1 Matematiksel Düşünme.....	6
2.1.1.1 Matematiksel Düşünme İçin Yapılan Genel Tanımlar.....	7
2.1.1.1.1 Burton'a Göre Matematiksel Düşünme.....	7
2.1.1.1.1.1 Matematiksel Düşünmenin Bileşenleri.....	7
2.1.1.1.2 Yıldırım'a Göre Matematiksel Düşünme.....	8
2.1.1.1.3 Schoenfeld'e Göre Matematiksel Düşünme.....	9
2.1.1.1.4 Harel ve Sowder'e Göre Matematiksel Düşünme.....	9
2.1.1.1.5 Tall'a Göre Matematiksel Düşünme.....	10
2.1.1.1.6 Sternberg'e Göre Matematiksel Düşünme.....	12
2.1.2 İleri Matematiksel Düşünme.....	15
2.1.2.1 Edwards, Dubinsky ve McDonald'a Göre İleri Matematiksel Düşünme.....	15
2.1.2.2 Harel ve Sowder'a Göre İleri Matematiksel Düşünme.....	16
2.1.2.3 Rasmussen, Zadnieh, King ve Teppo'ya Göre İleri Matematiksel Düşünme.....	17
2.1.2.4 Tall'a Göre İleri Matematiksel Düşünme.....	18
2.1.2.5 Dreyfus'a Göre İleri Matematiksel Düşünme.....	18
2.1.3 Matematiksel Düşünme ile İlgili Çalışmalar.....	18
<b>3. MATERYAL ve YÖNTEM</b> .....	50
3.1 Bibliyometrik Analiz.....	50
3.1.1 Bibliyometrik Analiz Yöntemleri.....	52
3.2 Araştırmanın Tasarımı.....	54
3.3 Veri Toplama.....	55
3.4 Verilerin Analizi.....	55
3.5 Geçerlik ve Güvenirlik.....	56
<b>4. BULGULAR</b> .....	58
4.1 Keşif.....	58
4.2 Görselleştirme.....	62
4.3 İsimlendirme.....	66
4.4 Doğrulama.....	67

4.4.1 Küme 1: Fark Etme .....	67
4.4.2 Küme 2: Geliştirme .....	69
4.4.3 Küme 3: İleri Matematiksel Düşünme .....	70
4.4.4 Küme 4: Teknoloji .....	71
<b>5. TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER</b> .....	<b>72</b>
<b>6. KAYNAKLAR</b> .....	<b>77</b>
<b>ÖZGEÇMİŞ</b> .....	<b>93</b>

## ŞEKİL LİSTESİ

### Sayfa

Şekil 1. 1 Matematiksel Düşünmenin İşleyiş Yapısı.....	3
Şekil 2. 1 Matematiksel Düşünmenin Gelişim Süreci.....	10
Şekil 2. 2 Çeşitli Matematiksel Bilgi Yapılarının Oluşumu Bağlamında Matematiksel Düşünmedeki Gelişim.....	11
Şekil 2. 3 Matematiğin Üç Dünyası.....	11
Şekil 3. 1 Araştırmanın Tasarımı.....	54
Şekil 4. 1 Matematiksel Düşünme Üzerine Yayımlanan Makalelerin Yıllara Göre Dağılımı.....	58
Şekil 4. 2 Sık Kullanılan Anahtar Kelimeler İçin Zaman Çizelgesi.....	60
Şekil 4. 3 Matematiksel Düşünme ile İlişkili Anahtar Kelimelerin Katman Görselleştirmesi.....	63
Şekil 4. 4 Matematiksel Düşünme ile İlişkili Anahtar Kelimelerin Yoğunluk Görselleştirmesi.....	64
Şekil 4. 5 Matematiksel Düşünme ile İlişkili Anahtar Kelimelerin Ağ Görselleştirmesi.....	65



## ÇİZELGE LİSTESİ

	<b><u>Sayfa</u></b>
<b>Çizelge 3. 1</b> Tarama Kriterleri.....	55
<b>Çizelge 4. 1</b> Sık Kullanılan Anahtar Kelimeler .....	59
<b>Çizelge 4. 2</b> Matematiksel Düşünme Konulu Makalelerde İlk 10 Ülke ve Atıf Sayıları .....	62
<b>Çizelge 4. 3</b> Kümelerin İsimlendirilmesi.....	66

## SİMGELER ve KISALTMALAR LİSTESİ

---

<b>ABD</b>	:	Amerika Birleşik Devletleri
<b>BCS</b>	:	Bilgisayar Cebiri Sistemleri
<b>BİLSEM</b>	:	Bilim ve Sanat Merkezi
<b>CT</b>	:	Computational Thinking (Bilgi İşlemsel Düşünme)
<b>MATBED</b>	:	Matematiksel Düşünme Becerisi Değerlendirme Aracı
<b>MEB</b>	:	Milli Eğitim Bakanlığı
<b>NCTM</b>	:	National Council of Teachers of Mathematics
<b>PISA</b>	:	Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)
<b>SOLO</b>	:	Structure of the Observed Learning Outcomes (Gözlenen Öğrenme Çıktılarının Yapısı)
<b>SPSS</b>	:	Statistical Package for the Social Sciences (Sosyal Bilimler İçin İstatistik Programı)
<b>SSCI</b>	:	Social Science Citation Index (Sosyal Bilimler Atf İndeksi)
<b>TRU</b>	:	Teaching For Robust Understanding (Sağlam Anlayış İçin Öğretim)
<b>WoS</b>	:	Web of Science (Bilim Ağı)
<b>5E Modeli</b>	:	Engage, Explore, Explain, Elaborate, Evaluate (Etkileşim, Keşif, Açıklama, Detaylandırma ve Değerlendirme)

---

## 1. GİRİŞ

Bireyler gündelik hayatta karşılaştıkları birçok problemin çözümünde çeşitli düşünme yapılarını kullanırlar. Matematik, düşünme yapılarının ve mantıksal bağlantıların etkin olarak kullanıldığı bir düşünme alanıdır (Duran, 2005). Matematik disiplininin, bireylerin günlük hayattaki problemleri çözmeye sürecinde kullanacakları bir takım düşünme alışkanlıklarını geliştirmesine akıl yürütme, olaylar arasında bağ kurma, tahminde bulunma, problem çözmeye gibi beceriler kazandırarak katkı sağladığı söylenebilir (Umay, 2003).

Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi [National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)] (2000), her geçen gün değişen ve gelişen dünyada bireylerin gündelik hayatta matematiği yorumlama ve kullanabilmeye olan ihtiyacının giderek arttığını, birçok alanda matematiksel düşünme ve problem çözmeye daha fazla ihtiyaç duyulduğunu vurgulamıştır. Matematik dersi öğretim programında öğrencilerin; matematiksel düşünme becerisi kazanma, yorumlama, matematiğe karşı tutumlarını geliştirme, günlük yaşam problemlerini çözebilme, matematiği diğer disiplinlerle ilişkilendirebilme hedeflerine ulaşmaları sağlanmaya çalışılmıştır. Bunun yanında matematiksel kavramlara ve bu kavramlar arasındaki ilişkilere dikkat çekilen programda öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini kazanmış, problem çözmeye başarılı bireyler olarak yetiştirilmesi amaçlanmıştır (Millî Eğitim Bakanlığı (MEB), 2018).

### 1.1 Problem Durumu

Matematik, insanların “doğruyu bilme ve anlama” merakı neticesinde gelişen düşünsel bir faaliyettir (Altun, 2018). Matematiğin, farklı araştırmacılar tarafından günümüze kadar birçok tanımı yapılmıştır ancak matematiğin ne olduğu sorusunun cevabı açıklığa kavuşturulamamıştır. Kimine göre kuralları belli bir tür zekâ oyunu, kimine göre bilimde ve gündelik yaşamda kullanılan bir hesaplama tekniği, kimine göre sayılar gibi soyut nesnelere konu olarak seçen bir bilim dalı olan matematik, matematikçiler açısından bakıldığında ise bizi kesin bilgiye, doğruya götüren biricik düşünme yöntemi olarak görülmektedir (Yıldırım, 1988).

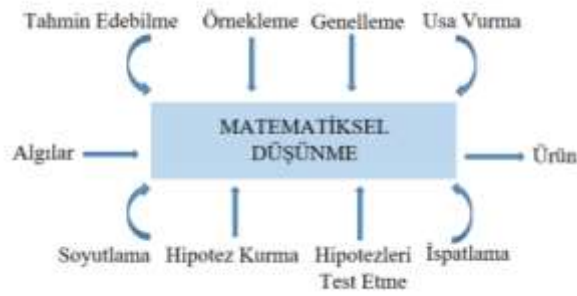
Baykul (2009), matematiğin ne olduğuna dair insanların matematiğe hangi amaç için başvurduklarına, matematikteki tecrübelerine, matematiğe yönelik tutum ve ilgilerine göre değişen dört bakış açısı sunmuştur:

- 1) Matematik, gündelik hayatta karşılaşılan problemleri çözerken kullanılan ölçme, sayma, hesaplama ve çizmedir.
- 2) Matematik, alfabesi semboller olan bir dildir.
- 3) Matematik, insanların mantıklı düşünmesine katkı sağlayan, mantıksal bir sistemdir.
- 4) Matematik, yaşadığımız dünyayı anlamlandırmada ve gelişimine katkıda bulunmada başvurduğumuz bir yardımcıdır.

Üzerine bunca konuşulan ve tanımlanmaya çalışılan matematik, soyut nesnelere konu alan bir bilim olması nedeniyle okullarda en çok ön yargıyla yaklaşılacak, zor ve sıkıcı olarak görülen ders olma özelliğini korumaktadır (Şengül ve ark., 2014). Dreyfus (1991) yaptığı çalışmada bazı öğrencilerin matematik derslerinde formülleri ezberlemekle yetindiğini, bir matematikçi gibi çalışma prensibini benimseyemediklerini ifade etmiştir. Öğrencilerin sadece formül ezberleyen bireyler olmayıp, sorgulayan, yorumlayan, düşünen bireyler olarak yetiştirilebilmesi, matematiğin bir düşünce ürünü olduğunun anlaşılabilmesi için öğrencilere matematiksel düşünme becerisi kazandırmak önem taşımaktadır. Zira matematik, bireyde matematiksel düşünme becerisinin oluşumuna katkıda bulunan bir bilimdir (Samo ve Kartasasmita, 2017). Matematiksel düşünme yalnızca bir problem türünde çözüme nasıl ulaşılacağını bilmenin dışında, günlük yaşamda karşılaşılan yeni, karmaşık sorunlara çözüm üretmemize de yardımcı olan bir düşünme biçimidir (Fisher ve ark., 2012).

Matematiksel düşünmenin de tıpkı matematik gibi araştırmacılar tarafından fikir birliğine varılmış ortak bir tanımı yoktur. Alkan ve Bukova-Güzel'e (2005) göre matematiksel düşünme, ihtiyaçların giderilmesi ve problemlerin çözümü sırasında yararlı ve üretken olması sayesinde fayda sağlayan nitelikteki düşünmedir. Sevgen (2002), günlük hayatta karşılaşılan durumlarda matematiksel düşünmenin hızlı, doğru ve sistematik bir yaklaşım ortaya koyulmasına imkân sağladığını belirtmiştir.

Liu Po-Hung (2003), matematiksel düşünmeyi, tahmin edebilme, tümevarım, tümdengelim, betimleme, genelleme, örnekleme, biçimsel ve biçimsel olmayan usa vurma, doğrulama ve benzeri karmaşık süreçlerin bir birleşim kümesi biçiminde tanımlamıştır. Bu bağlamda matematiksel düşünmenin “bireyin çevresindeki nesnelere algılama ve onların aralarındaki ilişkileri anlamlı kılma çabası ile oluşmaya başladığı”nı söylemek mümkündür (Tall, 1995). Yapılan tanımlamalar ve matematiksel yapının işleyişi birlikte düşünüldüğünde matematiksel düşünmenin Şekil 1.1’deki işleyiş biçimi ortaya çıkmaktadır:



**Şekil 1.1** Matematiksel Düşünmenin İşleyiş Yapısı  
(Alkan ve Bukova-Güzel, 2005: 223)

Matematiksel düşünmeyi, diğer düşünme biçimlerinden ayıran en belirgin özellik; daha önceden öğrenilmiş olan matematiksel kavram ve bilgiler kullanılarak soyutlama, tahmin etme, genelleme, usa vurma, hipotez kurma, kurulan hipotezleri test etme, betimleme ve ispatlamalar yoluyla yeni bir kavrama ya da bilgiye ulaşılabilmesidir. Devamında ise ulaşılan yeni bilgi ya da kavramın olumlu ve olumsuz açıdan örneklenebilmesidir (Alkan ve Bukova-Güzel, 2005).

Bireyin hem günlük hayatında hem de matematik eğitimi sırasında kullandığı, düşünsel gelişimini zenginleştiren matematiksel düşünme üzerine yapılan çalışmaların incelenmesi, bu çalışmaların hangi alanlarda yoğunlaştığının, matematiksel düşünme söz konusu olduğunda başka hangi kavramların sürece dâhil olduğunun, hangilerinin birbirleriyle ilişkili olduğunun incelenmesi gerektiği düşünülmektedir.

## 1.2 Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı Web of Science veri tabanında 1990-2021 yılları arasında matematiksel düşünme ile ilgili yayınlanan makalelerin bibliyometrik analiz yöntemi kullanılarak haritalandırılması ve araştırma eğilimlerinin izlenmesidir.

## 1.3 Araştırmanın Önemi

Hayatımızda önemli bir yeri olan matematiği kullanabilmek ve anlayabilmek büyük önem taşımaktadır. Her geçen gün değişen ve gelişen dünyamızda matematiği anlayan ve matematikle ilgilenen kişilerin geleceğine yön verme sürecinde daha fazla imkâna sahip olduğu tartışılmaz bir gerçektir (MEB, 2009). Matematiksel düşünme, matematik eğitiminde önemli bir yere sahiptir. Alanyazın incelendiğinde matematiksel düşünme üzerine yapılan çok fazla sayıda çalışma olduğu görülmüştür. Bu durum yapılan çalışmalara geniş bir perspektiften bakarak, çalışmaların hangi alanlara yoğunlaştığını, ne gibi gelişmeler olduğunu, matematiksel düşünmenin hangi açılardan ele alınıp, hangi alanlarda çalışmaya ihtiyaç olduğunun görülmesini gerekli kılmıştır. Bir araştırma alanının genel durumunu incelemek, alandaki mevcut bilgileri bir araya toparlamak, kategorilere ayırmak ve boşlukları belirlemek açısından literatür incelemeleri önemlidir. Öyle ki, belirli zaman aralıklarıyla herhangi bir araştırma alanında böyle bir inceleme yapılmaması durumunda o alanda elde edilen bilgi birikiminin bir “yığına” dönüşmesi beklenebilir. (Öztürk ve Gürler, 2021). Bu amaçla matematiksel düşünme üzerine yapılan çalışmaların taranması ve kategorize edilmesi önemli görülmüştür. İlgili alanyazın incelendiğinde; Türkiye’de matematiksel düşünme ve matematiksel muhakeme ile ilgili yazılmış lisansüstü tezleri inceleyen bir çalışmaya (Akdoğan, 2021) ulaşılmıştır. Ancak matematiksel düşünme üzerine yazılan makaleleri bibliyometrik analiz yöntemi kullanarak inceleyen bir çalışmaya ulaşamamıştır.

Bibliyometrik analiz geleneksel literatür incelemesi yöntemlerinin eksik kaldığı konularda tamamlayıcı niteliktedir (Barca ve Hızıroğlu, 2009). Bibliyometrik analiz bir çalışma alanının yapısını ve dinamiklerini ortaya koyma noktasında çok başarılıdır. Geleneksel yöntemlerle belirli sayıda çalışma üzerinde derinlik sağlanabileceğinden alandaki önemli bazı araştırmaların analize dâhil edilememesi olasıdır. Oysa bibliyometrik yöntem kullanılarak yüzlerce çalışma analiz edilebilir

(Aria ve Cuccurullo, 2017). Bu nedenlerden dolayı araştırmanın literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

#### **1.4 Araştırmanın Problemi**

Araştırmanın problemi “Matematiksel düşünme üzerine yapılan çalışmaların WoS veri tabanına dayalı olarak bibliyometrik analiz sonuçları nasıldır?” biçiminde belirlenmiştir.

#### **1.5 Araştırmanın Alt Problemleri**

Araştırmanın problemi doğrultusunda oluşturulan alt problemler şu şekildedir:

- ✓ Matematiksel düşünme üzerine yapılan çalışmaların yayın yıllarına ve ülkelere göre dağılımları nasıldır?
- ✓ Matematiksel düşünme üzerine yapılan çalışmalarda sık kullanılan anahtar kelimeler hangileridir ve yıllara göre dağılımı nasıldır?
- ✓ Matematiksel düşünme üzerine yapılan çalışmalarda atıf sayılarının ülkelere göre dağılımı nasıldır?
- ✓ Matematiksel düşünme üzerine yapılan çalışmalarda ortak kelime analizi sonucunda nasıl bir yapı ortaya çıkmaktadır?

#### **1.6 Araştırmanın Sayıtları**

Matematiksel düşünme üzerine yapılan çalışmaların WoS veri tabanında arşivlemesinin veri kaybına uğramadan, eksiksiz bir şekilde yapıldığı varsayılmaktadır.

#### **1.7 Araştırmanın Sınırlılıkları**

Bu çalışma WoS veri tabanında 01.01.1990 – 31.12.2021 tarihleri arasında matematiksel düşünme üzerine yayınlanan, İngilizce dilindeki makalelerle sınırlıdır.

## 2. GENEL BİLGİLER

### 2.1 Kuramsal Çerçeve

Araştırmanın bu bölümünde matematiksel düşünme ile ilgili kuramsal çerçeve ve alanda daha önce yapılmış olan çalışmalar yer almaktadır.

#### 2.1.1 Matematiksel Düşünme

Türk Dil Kurumu'na göre, aklın kendine özgü ve bağımsız durumu olarak tanımlanan düşünme; insan zihninde gerçekleşen, insanı diğer canlılardan ayıran en önemli aktivitedir (TDK, 2021). Konunun ya da düzeyinin ne olduğundan bağımsız olarak düşünme; bir sorunu ya da problemi çözme çabasında kendini gösteren zihinsel etkinliktir. Düşünme sürecinin; sorunun ya da problemin çözüm yolunu bulma, ulaşılan çözümün doğruluğunu kontrol etme olarak iki aşamada gerçekleştiği söylenebilir (Yıldırım, 1988). Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) (2016) düşünme eğitiminin aslında insanı insan yapan özü geliştirmek anlamına geleceğini belirterek aynı zamanda bütün eğitim sürecinin temelini oluşturacağını belirtmiştir. Tarihsel olarak bakıldığında, insanoğlunun entelektüel ve sosyal gelişimini amaç edinen tüm eğitim felsefelerinin, geliştirilmesi gereken en önemli becerinin 'düşünme' olduğu ortak görüşünde buluşması tesadüf değildir. Yine aynı eğitim felsefelerince bireyin alması gereken temel eğitimlerden biri olarak matematik eğitiminin gösterilmesinde, matematiğin bireyin düşünme sisteminin gelişimine olan katkısı yadsınamaz (Çelik, 2016).

Matematiksel düşünmenin ne olduğuna dair bir araştırma yapıldığında, tüm araştırmacılar tarafından üzerinde fikir birliğine varılmış ortak bir tanım olmadığı görülmüştür. Matematiksel düşünme farklı araştırmacılar tarafından, farklı bakış açıları ve terimler kullanılarak tanımlanmış olsa da matematik eğitimi üzerine yapılan araştırmalarda, matematiksel düşünmenin genel olarak iki farklı bakış açısıyla tanımlandığı görülmektedir (Isoda ve Katagiri, 2012). Çelik (2016), matematiksel düşünmenin bazı araştırmacılar tarafından varsayımda bulunma, genelleme ve ispat gibi matematiksel süreçler perspektifiyle incelenirken (Burton, 1984; Polya, 1945; Schoenfeld, 1992; Stacey, 2006), bazı araştırmacılar tarafından matematiksel kavramların gelişimi olarak ele alındığını belirtmiştir (Dreyfus, 2002; Freudenthal, 1973; Tall, 1995).



Matematiksel düşünmeyi süreç perspektifiyle inceleyen araştırmacılar ‘Matematiksel düşünme nasıl gerçekleşir?’ sorusuna odaklanarak, düşünme eylemini matematiksel düşünme yapan süreçleri bu bakış açısıyla incelemiştir. Matematiksel düşünmeyi matematiksel kavramların gelişimi olarak ele alan görüş ise matematik içeriğine odaklanarak matematiksel kavramların bireyin zihninde nasıl yapıldığına ve bu sırada gelişen sürece odaklanmıştır.

### **2.1.1.1 Matematiksel Düşünme İçin Yapılan Genel Tanımlar**

Bu bölümde Burton (1984), Yıldırım (1988), Schoenfeld (1992), Harel ve Sowder (2005), Tall (1995), Sternberg (1996) tarafından matematiksel düşünme için yapılan tanımlara yer verilmiştir.

#### **2.1.1.1.1 Burton’a Göre Matematiksel Düşünme**

Bir fikir, gözlem ya da herhangi bir olay düşünme sürecini başlatabilir. Bu tür olaylar matematiksel düşünmenin üzerinde çalıştığı unsurlardır. Burton (1984), düşünmenin insanoğlunun çevresini anlama ve çevresindeki olayları kontrol altında tutmasının bir yolu olduğundan söyleyerek matematiksel düşünmenin bu amaçla özel bileşenler kullandığını belirtmiştir.

##### **2.1.1.1.1.1 Matematiksel Düşünmenin Bileşenleri**

Burton’a (1984) göre matematiksel düşünmenin merkezinde özelleştirme (specializing), varsayımda bulunma (conjecturing), genelleme (generalizing) ve ikna etme (convincing) olmak üzere dört bileşen bulunmaktadır.

- *Özelleştirme:* Bir soru ya da problemle karşılaşıldığında onu anlamının etkili yollarından biri, belirli örnekler üzerinde inceleme yapmaktır. Çocukların öğrenmesinde doğal olarak gözlenebilen bu yöntem tümevarımcı bir yaklaşımın başlangıç noktası olabilir (Burton, 1984). Özelleştirmede söz konusu olan eylemler; örnek verme, bir örneği tanımlama, gösterme, anlatma, çizme, seçme, bulma olarak sıralanabilir (Arslan ve Yıldız, 2010).
- *Genelleme:* İncelenen birkaç örnekten yola çıkılarak sonuçların daha genel olarak ifade edilmesi, uygulama alanının genişletilmesi olarak tanımlanmaktadır (Stacey ve ark., 1985; Tall, 2002). Özelleştirme süreci, bir genellemeye ulaşmak için gerekli kanıtların toplanmasını sağlar. Genelleme

ise bizi “Doğru olması muhtemel görünen şey nedir?, Niçin ve nerede doğrudur?” soruları aracılığıyla varsayımda bulunma ve ikna etme süreçlerine götürür (Mason ve ark., 1991).

- *Varsayımda bulunma:* Varsayım, görünüşte mantıklı olan ancak doğruluğunun henüz kanıtlanmadığı durumlardır. Matematiksel düşünme süreçlerinin bu aşamasında varsayım yoluyla altta yatan örüntü keşfedilir, ifade edilir ve sonrasında da doğrulanır. Bu tür yeterince örnek incelendiğinde onları birbirine bağlayan ilişki kolaylıkla tahmin edilebilir (Burton, 1984).
- *İkna etme:* Bir genelleme, inandırıcı oluncaya kadar test edilmelidir. Araştırmacı ikna etme sürecine kendinden başlayarak dış dünyaya doğru devam eder. Bu bağlamda ikna etme süreci, bir genellemenin kişisellikten kamusalığa geçişini sağlar. Bir özelleştirme ile başlayıp genelleme ile devam eden süreç, onun ortaya çıkardığı varsayımlar ağını belirli durumlara karşı test eder. İkna etme, matematiksel düşünme açısından nihai süreçtir (Burton, 1984).

#### 2.1.1.1.2 Yıldırım’a Göre Matematiksel Düşünme

Matematiksel düşünmeyi süreç perspektifinden açıklayan Yıldırım (1988)’a göre bir sorun ya da problemi çözme üzerine kurulu olan bu süreç; sorunun ya da problemin çözüm yolunu bulma, ulaşılan çözümün doğruluğunu kontrol etme olmak üzere iki aşamadan oluşmaktadır. Genellikle “buluş”, “icat” ya da “yaratma” olarak bilinen birinci aşama tümevarımsal olarak nitelendirilirken, “doğrulama”, “kanıtlama” ya da “ispatlama” olarak bilinen ikinci aşama ise tümdengelimsel düşünme olarak nitelenir (Yıldırım, 1988: 59). Matematiksel ispat tümdengelimsel çıkarsamaya dayandığından matematik çoğunlukla dedüktif bir bilim sayılır. Ancak matematik yalnızca teorem ispatı olarak düşünülemez. Matematikçi öncelikle ispatlayacağı bir genellemeye ulaşmalıdır.

Tüm bu düşünme süreci incelendiğinde Yıldırım (1988)’ın tanımladığı düşünme sürecinde birinci aşamanın, Burton (1984)’ın özelleştirme, genelleme ve varsayımda bulunma süreçlerine, ikinci aşamanın ise ikna etme sürecine karşılık geldiği görülmektedir (Çelik, 2016).

### **2.1.1.1.3 Schoenfeld'e Göre Matematiksel Düşünme**

Schoenfeld'e (1992) göre, matematiksel düşünme için matematiksel bir bakış açısı geliştirilmesi ve matematiksel anlamlandırma yapılması gerekmektedir. Matematiksel düşünme aynı zamanda, matematikleştirme ve soyutlama süreçlerine değer verme ve bu süreçleri uygulama eğilimi içinde olunması demektir. Bunun için kullanılan bilişsel araçların soyutlama, sembolik gösterim ve sembolik işlemler olduğu belirtilmiştir. Matematiksel düşünmeyi problem çözme ile yakın ilişkili olarak ele alan Schoenfeld (1992), problem çözme ile ilgili yeni yaklaşımların önemine vurgu yapmıştır. Başlangıçta problem çözmeye ilişkin Polya'nın (1945) yaklaşımını benimserken, son yıllarda ortaya çıkan 'eğilim/bakış açısı' ve 'üstbiliş' kavramlarının etkisiyle matematiksel düşünme ve problem çözmeye ilişkin yaklaşımının değiştiğini belirtmiştir. Schoenfeld'e göre matematiksel düşünmenin temel bileşenleri; zihinde var olan bilgi, problem çözmeye kullanılan stratejiler, bilişsel yapıların kullanımı, matematiksel bir bakış açısı ve matematiksel etkinliklere katılım şeklindedir.

### **2.1.1.1.4 Harel ve Sowder'e Göre Matematiksel Düşünme**

Harel ve Sowder'a (2005) göre, insanların dünyaya ilişkin genel görüşleri, gözlemlenebilir ya da çıkarılabilir zihinsel eylemleri tarafından oluşturulmaktadır. Bu ikiliğin bir benzeri olan; düşünme biçimleri ve anlama biçimleri arasındaki farklılığın ortaya konulması matematiksel düşünmenin anlaşılmasını mümkün kılacaktır.

Harel ve Sowder (2005), anlama biçimlerini; öğrencilerin bir terimi ya da ifadeyi anlamlandırması, bir problem çözüm üretmesi, bir iddiayı doğrulamak ya da çürütmek için kanıt sunması olarak açıklarken, düşünme biçimleri ifadesini kişinin anlama yollarını yöneten şey olarak açıklamıştır. Düşünme biçimleri, belirli bir duruma değil, çok sayıda duruma özgü akıl yürütmeyi ifade eder ve birbirleriyle ilişkili en az üç kategori içerir. Bunlar; inançlar, problem çözme yaklaşımları ve kanıt şemalarıdır. Harel ve Sowder (2005) bu kategorileri şu şekilde açıklamıştır:

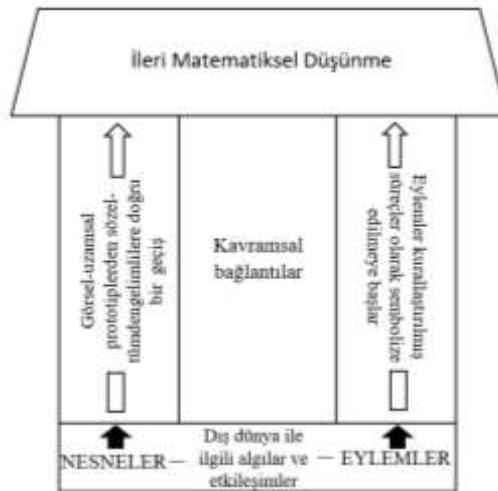
İnançlar; kişinin kavramlar, iddialar ya da problemlere verdiği özel anlam, Problem çözme yaklaşımları; kişinin bir soruna sağladığı özel çözüm,

Kanıt şemaları ise kişinin matematiksel bir iddiayı doğrulamak ya da çürütmek için sunduğu özel kanıttır.

### 2.1.1.1.5 Tall'a Göre Matematiksel Düşünme

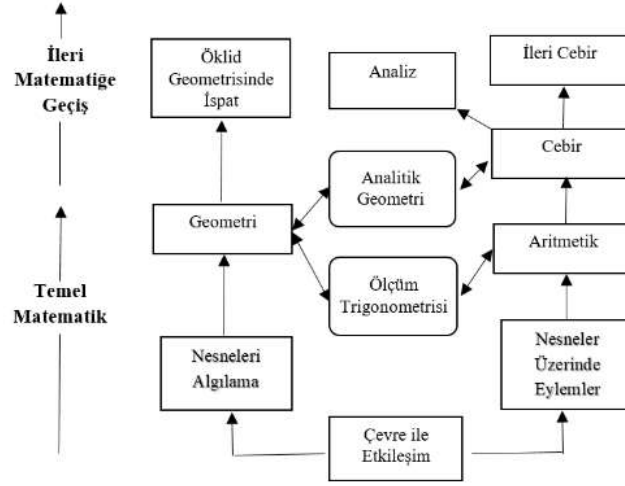
Küçük çocuklarda temel başlangıçlardan, üniversite matematiğine ve matematiksel araştırmalara kadar matematiksel düşünmenin gelişimini ele alan Tall (1995), matematiksel gelişimin, çevredeki nesnelerin algılanması ve nesnelere üzerindeki eylemlerle başladığını varsayar. İnsan etkinliğinin üç bileşenini; kavrama, düşünme ve eylem olarak tanımlayan Tall (1995), buradan yola çıkarak matematiksel düşünmenin de; nesnelere kavrama, onlar hakkında düşünme ve eyleme geçme ile başladığını söylemektedir. Bu yaklaşıma göre; algılanan nesnelere ilk olarak görsel-uzamsal temsillerde bir Van Hiele gelişimine yol açar, daha sonra analiz edilerek özellikleri ortaya çıktığında ise sözel olarak tanımlanırlar. Burada görsel-uzamsal kavramadan, sözel-tümdengelimli bir kavramaya doğru geçiş vardır. Yapısal soyutlama olarak adlandırılan bu süreçte nesnelere özelliklerine odaklanılmıştır. Subje olarak kavramsallaştırılan semboller üzerinde yapılan işlemlerin karmaşıklık düzeyi gittikçe artmaktadır. İşlemsel soyutlama olarak adlandırılan bu süreçte nesnelere üzerinde gerçekleşen eylemlerin işlemsel özelliklerine odaklanılmıştır.

Matematiksel düşünmenin bu iki soyutlama süreci ile ortaya çıktığını söyleyen Tall (1995), matematiksel düşünmenin gelişimini bu iki süreçteki gelişim olarak tanımlamaktadır. İleri düzey matematiksel düşünmenin zeminini oluşturan da bu iki temel bileşenin üzerine kurulan yapıdır (Şekil 2.2).



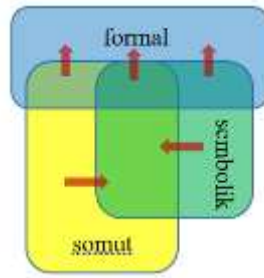
Şekil 2. 1 Matematiksel düşünmenin gelişim süreci (Tall, 1995)

Tall (1995) yapısal soyutlamanın daha çok geometri ile ilişkili olduğunu, işlemsel soyutlamanın ise aritmetik ve cebirdeki gelişim ile ilişkili olduğunu savunmaktadır (Şekil 2.3). Şekil 2.3 incelendiğinde trigonometri, ölçme, analitik geometri ve analiz bilgi yapılarının oluşumunun bu iki soyutlama alanındaki ilişkinin bir sonucu olduğu görülmektedir (Çelik, 2016).



**Şekil 2. 2** Çeşitli matematiksel bilgi yapılarının oluşumu bağlamında matematiksel düşünmedeki gelişim (Tall, 1995)

Tall (2004), matematiğin üç dünyası teorisinde; matematiksel düşünmeye ilişkin birbiriyle bağlantılı ve her biri kendi içinde farklı bir gelişim gösteren üç farklı düşünce dünyasından bahsederek bu dünyaları aşağıdaki gibi sıralamaktadır:



- Somut (Embodied)
- Sembolik (Symbolic)
- Formal (Formal)

**Şekil 2. 3** Matematiğin Üç Dünyası (Tall, 2008)

Bu üç düşünce dünyasından birincisi, dünyaya ilişkin algılarımızdan doğar ve yalnızca fiziksel dünya değil aynı zamanda kendi zihinsel dünyamızda algıladığımız, duyumsadığımız, anlamlandırdığımız şeyler hakkında düşünmemizle oluşur. Kavrama matematiğin somut dünyasında gerçekleşmektedir. İkinci dünya; hesaplama ve işleme için aritmetik, cebir, analiz ve benzeri alanlarda kullanılan semboller dünyasıdır. Eylemler matematiğin sembolik dünyasında gelişim göstermektedir. Üçüncü dünya ise matematiksel yapıları belirtmek için aksiyomlar olarak kullanılan biçimsel tanımlarla ifade edilen özelliklere dayanır ('grup', 'alan', 'topolojik uzay' gibi). Somut ve sembolik dünyanın formel yönlerine dayanan akıl yürütmeler bireyi matematiksel düşünmenin üçüncü dünyasına götürmektedir.

#### **2.1.1.1.6 Sternberg'e Göre Matematiksel Düşünme**

Sternberg (1996), matematiksel düşünmenin tüm çeşitlerini kapsayan ortak bir tanımlama yapmanın imkânsızlığını savunarak, matematiksel düşünmeyi; psikometrik yaklaşım, bilişsel yaklaşım, antropolojik yaklaşım, pedagojik yaklaşım ve matematiksel yaklaşım olmak üzere çoklu yaklaşımlarla ele almak gerektiğini vurgulamıştır. Aşağıda bu yaklaşımlar açıklanmaktadır:

##### *Psikometrik Yaklaşım*

Psikometrik yaklaşım, zihni bazıları diğerlerinden daha merkezi olan, büyüklük ve konum bakımından değişen çok sayıda bölgeye sahip bir harita olarak görür. Matematiksel düşünmenin prototipik özelliklerini anlamak için psikometrik bir yaklaşım benimseyen Carroll'a (1996) göre matematiksel düşünme genel yetenek, akışkan zekâ ve kristalleştirilmiş zekâ becerileri ile ilişkilendirilmiştir.

- Genel yetenek; diğer birçok düşünme biçimi ile de ilişkili olup matematiksel düşünmeye özgü bir karakteristik değildir. Bilgiyi anlama, ilişkileri formülleştirme ve uygulama yeteneği olarak tanımlanmıştır.
- Tümevarımsal akıl yürütme becerisiyle yakından ilişkili olan akışkan zekâ; akıl yürütme hızı ve kalitesini içerir.

- Bilgiyi ve okuduğunu anlama dâhil dil becerilerini içeren kristal zekâ; genel hafıza yeteneği, görselleştirme, uzamsal ilişkiler, bilgi işleme hızı, genel görsel algı gibi becerileri de içermektedir (Sternberg, 1996).

Sternberg (1996), tüm bu nitelikleri nedeniyle psikometrik yaklaşımın, matematiksel düşünmenin çoklu prototipler kümesi olarak tanımlanmasını desteklediği görüşündedir.

### *Bilişsel Yaklaşım*

Bilişsel yaklaşım, matematiksel düşünme ve diğer düşünme biçimleri için gerekli olan bilgi işlemeyi araştıran çalışmaları kapsamaktadır. Bu yaklaşıma dayanan Mayer ve Hegarty'nin (1996) matematiksel anlama teorisi, matematiksel düşünmenin bir dizi bilgi işleme temelini önerir. Bunlardan ilki olan nicel muhakeme, öğrenilen bir durumun benzer yeni durumlara uyarlanması, ikincisi olan nitel muhakeme ise problemin niteliksel bir anlayışının inşa edilmesi, bir içsel temsil oluşturulması ve sonrasında problemin çözümünün hesaplanmasını içerir (Mayer ve Hegarty, 1996). Bu model matematiksel düşünmede birden çok temsil ve sürecin yer alabildiğini göstermesi açısından önemlidir (Sternberg, 1996).

Ben-Zeev (1996) bilişsel yaklaşıma dayanan çalışmasında matematiksel düşünme için temel oluşturabilecek; analogik düşünme, şematik düşünme, tümevarımlı düşünme ve ilişkisel düşünme şekillerinden bahsederek uygulamalarda dikkat edilmesi gereken yönlerini açıklamıştır.

### *Antropolojik Yaklaşım*

Sternberg (1990) antropolojik yaklaşımda, matematiksel düşünmenin kültürle bağımlı olduğunu gözeterek, matematiksel düşünmeyi kültürel olarak etkileyebilecek faktörler açısından ele almıştır. Örneğin; bazı kültürlerde matematiksel öğrenmede kâğıt ve kalem kullanımına değer verilirken bazılarında hesap makinesi ve bilgisayar kullanımını daha önemli görmektedir.

Sayıların ifade edilme sistemi, öğrenme kolaylığı ve içsel temsil açısından fark oluşturabilmektedir. Bu açıdan Çinli çocukların Amerikalı ve İngiliz çocuklara göre daha avantajlı durumda olduğu söylenebilir.

Matematiksel düşünmenin temelini oluşturan becerilerin bir kısmı evrensel olsa da diğer bir kısmı kültürel öğelere bağlıdır (Geary, 1996). Örneğin; sayma ve basit aritmetik gibi yetenekler evrensel iken, matematiksel problem çözme gibi yetenekler kültürel bağlamlarla etkileşim içindedir.

### *Pedagojik Yaklaşım*

Pedagojik yaklaşım, tutumlar, ilişkiler ve sosyal kısıtlamaları da dâhil ederek matematiksel düşünmenin prototipini bilişsel yaklaşımın ötesinde genişletmiştir. Bilişsel yaklaşımı savunan araştırmacılar tutumların bilişsel psikolojiden ziyade sosyal uzmanlık alanlarına dâhil olduğunu düşündüklerinden matematiksel düşünmenin bir parçası olarak görmemektedir. Bransford ve ark., (1996), çalışmalarında matematiksel düşünme ve öğrenmenin büyük ölçüde bağlama bağlı olduğunu göstermişlerdir. Buna göre; çocuklar, kelime problemleri kendileri için anlamlı olduğunda, kendi problemlerini belirlemeleri ve tanımlamalarına yardım edildiğinde ve öğretmenler yalnızca matematiksel kavramlara odaklanmak yerine kavramlar arasındaki ilişkileri de göz önünde tuttuğunda matematiği daha iyi öğreneceklerdir.

### *Matematiksel Yaklaşım*

Dreyfus ve Eisenberg (2012) tarafından önerilen matematiksel düşünme modeli, bilişsel yaklaşımda bulunan görsel akıl yürütme, yapıyı tanımlama ve temsil etme gibi öğelerden bazılarını içerse aynı zamanda duyuşsal bileşenlerin önemini vurgulamıştır. Örneğin; öz güvenin önemini vurgulayarak, matematik eğitiminde işbirlikçi ve daha az rekabetçi bir yaklaşımı savunmuşlardır. Matematiğin bir disiplin olarak gelişebilmesi için en önemli olanın yaratıcı matematiksel düşünme olduğuna vurgu yapılmıştır. Böyle bir yaratıcılık olmadan bugünün matematik müfredatının yüzlerce hatta binlerce yıl öncesinden bir farkı olmayacağına değinilmiştir.

Daha önce belirtildiği gibi matematiksel düşünmeyi tanımlamanın tek bir “doğru” yolu yoktur. Her bir yaklaşım prototipe farklı unsurlar katar. Bu yaklaşımlar bazı noktalarda birbirlerine yakınlaşmış bazılarında uzaklaşmış olsalar da bir bütün



olarak matematiksel düşünmenin yapısını oluşturdukları görülmektedir (Sternberg, 1996).

### **2.1.2 İleri Matematiksel Düşünme**

Bu bölümde Edwards ve ark., (2005), Harel ve Sowder (2005), Rasmussen ve ark., (2005), Tall (2002), Dreyfus (2002) tarafından ileri matematiksel düşünme için yapılan tanımlara yer verilmiştir.

#### **2.1.2.1 Edwards, Dubinsky ve McDonald'a Göre İleri Matematiksel Düşünme**

Edwards ve ark., (2005), ileri matematiksel düşünmeyi beş duyu aracılığıyla tam olarak ulaşılamayan matematiksel kavramlara dair tümdengelimli ve titiz bir akıl yürütmeyi gerektiren düşünme olarak tanımlamışlardır. Tanımı oluştururken analizden daha ileri matematik derslerine geçiş yapan öğrenciler gözlemlense de bir kişinin matematik bilgisinde temel matematiksel düşünmenin sona erip ileri matematiksel düşünmenin başladığı bir nokta olduğunu düşünmediklerini belirtmişlerdir. Bu yaklaşıma göre, ileri matematiksel düşünmenin belirli bir sınıf ya da matematiksel seviyeye bağlanamayacağı düşünülmektedir.

Belirli bir şekilde sorulduğunda temel matematiksel düşünme gerektirirken, farklı bir şekilde sorulduğunda ileri matematiksel düşünme gerektirebilecek birçok matematiksel soru vardır. Edwards ve ark., (2005)'in bu konuda yaptığı açıklamayı inceleyelim: Kenar uzunlukları  $m$  ve  $n$  tamsayıları olan bir dikdörtgen, kenar uzunlukları bir birim olan karelerle döşenirse dikdörtgenin köşegeni bu karelerden kaçıyla kesişir?

Bir öğrenci kâğıt ve kalem yardımıyla farklı ölçülerde dikdörtgen modelleri oluşturarak soruyu çözebilir.  $m$  ve  $n$ 'nin asal olup olmasına bağlı olarak örneklerin iki denklik sınıfına ayrıldığını fark edebilir. Sonrasında  $m$  ve  $n$ 'nin herhangi bir değeri için soruyu çözebileceği bir formül oluşturabilir. Öğrencinin bu çalışması temel matematiksel düşünmeye örnektir. Sorunun aşağıdaki şekilde yazıldığını varsayalım:

Kenar uzunlukları  $a$ ,  $b$  ve  $c$  tamsayıları olan bir dikdörtgen paralelyüzlü, kenar uzunlukları bir birimlik küplerle doldurulduğunda ön sol alt köşe ile arka sağ üst köşeyi birbirine bağlayan köşegen kaç tane küp ile kesişir?

Daha karmaşık olan yeni problemin çözümünde de model oluşturarak belli örneklerden akıl yürütmek mümkündür. Ancak bu durumda yapılan çalışma ileri matematiksel düşünme olarak kabul edilmeyecektir. Soruyu çözmek için öğrenci daha düşük boyutlu uzaylardaki örneklerden ve modellerden yararlanarak akıl yürütmenin gerekeceği çok boyutlu uzaylara genişletebilir. Daha yüksek boyutlardaki herhangi bir model tamamen zihinsel olacak ve beş duyu ile erişilebilir olmayacaktır. Burada örnek sorudaki boyut faktörü, yapılacak çözümün ileri matematiksel düşünme içerip içermediğinde belirleyici olacaktır. Üç veya daha az boyut temel matematiksel düşünme ile çözülebilirken daha yüksek boyutlar ileri matematiksel düşünme gerektirecektir. Bununla birlikte üç veya daha az boyutlu herhangi bir şekil hakkındaki akıl yürütmenin hiçbir zaman ileri matematiksel düşünme gerektirmeyeceği de söylenemez.

Sonuç olarak; Edward ve ark., (2005) ileri matematiksel düşünme için, üçten daha fazla boyutlu uzayda, sonsuzluk kavramıyla ilişkili ve zihinsel modellerin kullanılmasını gerektirecek ortamları temel kriterler olarak sunmuştur.

### **2.1.2.2 Harel ve Sowder'a Göre İleri Matematiksel Düşünme**

Harel ve Sowder (2005), 'ileri' ifadesinin görece bir terim olduğunu, bir gelişim sürecini içerdiğini ifade etmektedir. Belirli bir düşünme biçiminin edinilmesinin ya hep ya hiç şeklinde olmadığını ancak aşamalı bir şekilde ilerlediğini belirtmektedir. Bunun için matematiksel düşünmenin ilk olarak; inançlar, problem çözme yaklaşımları ve kanıt şemaları gibi belirli bir düşünme biçimi içermesi ve epistemolojik engellerin üstesinden gelmesi gerekmektedir. Bir engelin epistemolojik bir engel olarak ifade edilmesi için belirlenen kriterler şunlardır: Epistemolojik engellerin matematik tarihinde izleri vardır. Epistemolojik engel, kavram ya da bilgi eksikliği değildir, belirli bir bağlam içinde geçerli yanıtlar üretirken bu bağlamın dışında geçersiz yanıtlar üreten bir bilgi veya kavramdır. Epistemolojik engel, hem ara sıra ortaya çıkan çelişkilere hem de daha iyi bir bilgi parçası kurulmasına karşı dayanıklıdır. Daha iyi bir bilgiye sahip olmak bir öncekinin kaybolması için yeterli değildir (Harel ve Sowder, 2005).

Bu açıklamaya göre; matematiksel düşünmenin ileri düzeyde olabilmesi, gelişiminin bir engelin epistemolojik olabilmesi için belirtilen bu üç koşuldaki en az

birini içermesine bağlıdır. Örneğin, negatif tam sayıların ve sanal sayıların anlaşılması tamamını olmasa da bu ölçütlerden bir kısmını karşılar. Bu yeni yapıları kabul etmek için matematikçiler sayı ve nicelik kavramları hakkındaki düşünme biçimlerini yeniden yapılandırmak zorunda kalmışlardır. Harel ve Sowder (2005) böylesi bir durumla bireyin matematik eğitimi süresince birçok sınıf seviyesinde karşılaşabileceğini belirterek ileri matematiksel düşünmenin sınıf düzeyinden bağımsız olduğunu ifade etmişlerdir.

### **2.1.2.3 Rasmussen, Zadnieh, King ve Teppo'ya Göre İleri Matematiksel Düşünme**

Rasmussen ve ark., (2005), ileri matematiksel düşünmeyi ilerleyen matematiksel etkinlik olarak adlandırmış ve belirli sınıf veya içerik seviyeleri ile sınırlandırmadıklarını belirtmişlerdir. Matematiksel öğrenmenin farklı türde matematiksel uygulamalara katılmak anlamına geldiğini söyleyen yazarlar her uygulamadaki önemli çeşitlemeleri açıklamak için Treffers'ın (1987) aşamalı matematikleştirme fikrinden yararlanmışlardır. Treffers aşamalı matematikleştirmeyi yatay ve dikey matematikleştirme olmak üzere iki tür matematiksel etkinlik olarak ele almaktadır. Yatay matematikleştirme, gerçek dünya ile ilgili bir problem durumunu matematik problemine dönüştürme olarak tanımlanmaktadır. Rasmussen ve ark., (2005) yatay matematikleştirmenin bağlamı olarak ele alınacak durumun göreceli olduğunu, matematiksel etkinliğe katılanların geçmişine ve deneyimlerine bağlı olarak değişebileceğini belirtmişlerdir. Deney yapma, örüntüleri keşfetme, sınıflandırma, tahmin etme ve düzenleme gibi etkinlikler yatay matematikleştirmeye örnek olarak verilebilir.

Dikey matematikleştirme ise yatay etkinliklere dayanan ve bunların üzerine inşa edilen etkinliklerden oluşur. Soyut yapılar hakkında akıl yürütme, genelleme, formülleştirme gibi etkinlikler dikey matematikleştirmeye örnek verilebilir. Özetle, aşamalı matematikleştirme çoklu yatay ve dikey matematikleştirme etkinlikleri içerebilir. Yatay faaliyetlerden dikey faaliyetlere geçişi ve hareketi ifade eder ancak mutlaka tek yönlü olmak zorunda değildir. Matematiksel etkinliği ilerletme kavramı aşamalı matematikleştirme ile uygulamaların inşası ve ilerlemesi olarak ifade edilmiştir. Yazarlar (Rasmussen, Zadnieh, King ve Teppo) bu kavrama ilişkin teorilerini; sembolleştirme, işlemsel prosedürler ve tanımlama uygulamaları içinde

yatay ve dikey matematikleştirme etkinliklerinin özelliklerini göstererek açıklamışlardır. Sonuç olarak, ileri matematiksel düşünmenin öğrencilerin dikey matematikleştirme etkinlikleri sırasında ortaya çıktığını, konunun ileri düzeyde olması ile ilişkili olmadığını açıklamışlardır (Çelik, 2016).

#### **2.1.2.4 Tall'a Göre İleri Matematiksel Düşünme**

Tall (2002) ileri matematiksel düşünmeyi, matematiksel kavramlara ilişkin tanımlar ile bu tanımlara dayalı tümdengelimli akıl yürütmeler olmak üzere iki temel bileşen ile tanımlamıştır. İleri matematiksel düşünmenin temel matematiksel düşünme üzerine inşa edildiğini belirterek, betimlemekten tanımlamaya, ikna etmekten kanıtlamaya geçiş şeklinde açıklamıştır. Bu geçiş sırasında bilişsel bir yeniden yapılanma süreci yaşandığını belirtmiştir.

#### **2.1.2.5 Dreyfus'a Göre İleri Matematiksel Düşünme**

Dreyfus (2002), ileri matematik her ne kadar tanım ve tümdengelim soyutlamalarına odaklansa da temel ve ileri matematiksel düşünme süreçleri arasında keskin bir ayrım olmadığı görüşündedir. İleri matematiksel düşünme ile ilgili olan süreçleri, matematiksel düşünmeyi ilerleten özellikteki süreçlere odaklanarak ele almıştır. İleri matematiksel düşünme karmaşık bir yapıya sahip olduğunu ve bu karmaşıklığın soyutlama ve temsil etme gibi süreçler kullanılarak yönetilebileceğini ifade etmiştir. Bunların dışında keşfetme, sezinleme, kontrol etme, kanıtlama ve tanımlama gibi süreçler de ileri matematiksel düşünmede kullanılmaktadır. Dreyfus (2002), ileri matematiksel düşünmeden bahsederken daha çok üniversite düzeyinde matematiksel etkinlikten bahsetmektedir.

Sonuç olarak; ilk üç görüşe göre ileri matematiksel düşünme sınıf ve konuların düzeyinden bağımsız olarak ele alınırken Tall (2002) ve Dreyfus (2002) ileri matematiksel düşünme tanımlarında, tanımlamaların, soyutlama, ispat ve çıkarımların yapıldığı üst düzey sınıf seviyesini içeren matematiksel düşünmeyi ele almışlardır.

#### **2.1.3 Matematiksel Düşünme ile İlgili Çalışmalar**

Fraivillig ve ark., (1999) çocukların matematiğe dair kavramsal anlayış gelişimini destekleyen pedagojik bir çerçeve sunmakta ve tanımlamaktadır. Bu

çalışmada Advancing Children's Thinking çerçevesi, Everyday Mathematics müfredatını kullanan yetenekli bir birinci sınıf öğretmeninden gözlemlenen ve rapor edilen verilerin derinlemesine analizinden sentezlenmiştir. Çerçeve, 5 ek EM 1. sınıf öğretmeni üzerinde bir öğretmenler arası analize rehberlik etmiştir. Bu karşılaştırma, öğretmenlerin genellikle çocukların matematiksel düşüncelerini desteklediğini, ancak daha az sıklıkla çocukların düşüncelerini ortaya çıkardığını veya genişlettiğini göstermiştir.

Tsamir ve Tirosh (1999) ortaokul öğrencilerinin aynı problemin çeşitli temsillerine karşı uyumsuz çözümleri hakkındaki araştırmaya dayalı bilgilerin, akıl yürütmelerindeki tutarsızlıklar konusunda farkındalıklarını artırmak için nasıl kullanılabilirliğini göstermiştir. Makalenin ilk bölümünde, öğrencilerin verilen 2 sonsuz kümenin aynı sayıda elemana sahip olup olmadığı konusundaki kararlarının, problemdeki sonsuz kümelerin özel temsiline bağlı olduğunu belirtilmiştir. Bu bulgular, öğrencileri sonsuzluk hakkında kendi düşünceleri üzerinde düşünmeye teşvik etmek amacıyla bir sonsuz küme etkinliği oluşturmak için kullanılmıştır.

Szydlık (2000), 27 üniversite matematik öğrencisinin matematiksel inançlarını ve bu inançları ile limit anlayışları arasındaki bağlantıları araştırmıştır. Katılımcılar, gerçek sayı, sonsuzluk, işlev ve görüş kaynakları öğelerine verilen anket ve görüşme yanıtlarına dayanarak seçilmiştir. Dış inanç kaynaklarına sahip öğrenciler, daha tutarsız veya uygun olmayan limit tanımları vermişler, limit hesaplamalarını içsel kaynaklara sahip olanlara göre daha az haklı çıkarmışlardır. Ayrıca bu öğrencilerin limit hakkında daha fazla kavram yanılığına sahip oldukları görülmüştür.

Dede ve Argün (2004) matematiksel kavramların tam olarak öğrenilememesinin ileri düzey matematiksel kavramların öğreniminde de sorun oluşturacağı düşüncesinden hareketle öğretmen adaylarının bazı matematiksel kavramları anlama düzeylerini incelemiştir. Araştırmanın örneklemini; 2002-2003 eğitim-öğretim yılında Gazi Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliğindeki son sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Verilerin toplanmasında 15 açık uçlu sorudan oluşan bir test kullanılmıştır. Ön test ve son test olarak kullanılan bu test ile toplanan veriler incelendiğinde son test sonucunda kavramları anlama ve ilişkiler kurma

düzeylerinin yükseldiği, son test puanlarında ön test puanlarına göre artış görüldüğü belirtilmiştir.

Alkan ve Bukova Güzel (2005) iki aşamadan oluşan çalışma ile öğretmen adaylarının matematiksel düşüncelerinin gelişimini ölçmeyi amaçlamıştır. İlk aşamada ölçek geliştirilmiş, ikinci aşamada ise geliştirilen bu ölçek katılımcılara uygulanarak çözüm yaklaşımları matematiksel düşünme ölçütlerine uygun olarak sınıflandırılmıştır. Araştırmanın örneklemini birinci sınıfta öğrenim gören 64 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Araştırma sonucunda, katılımcıların matematiksel düşünme düzeylerinin genel olarak düşük olduğu görülmüş, ayrıca gruplar arasında bu açıdan anlamlı farklar olduğu gözlenmiştir.

Lee (2005), üç öğretmen adayının bir teknoloji aracıyla öğrencilerin matematiksel problem çözmelerini kolaylaştırmadaki rollerini nasıl yorumladıklarına ve geliştirdiklerine dair bir bakış açısı sunmuştur. Çalışmanın farklı aşamalarında meydana gelen kritik olayları ve bu olayların öğretmen adaylarının öğrencilerle çalışmalarını nasıl etkilemiş olabileceğini belirlemek ve analiz etmek için vaka çalışması yöntemi kullanılmıştır. Öğretmenlerin ileriye dönük olarak matematiği teknoloji açısından zengin ortamlarda nasıl öğretebileceğimize dair bir anlayış geliştirdiği görülmüştür.

Yeşildere (2006) farklı matematiksel güce sahip 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerini inceleyerek birbirleriyle karşılaştırmış ve öğrencileri matematiksel olarak güçlü yapan yönlerini tartışmıştır. Nitel ve nicel araştırma yöntemlerinin birlikte kullanıldığı araştırmaya İzmir’de 40 okuldan toplam 798 öğrenci katılmıştır. Verilerin toplanmasında matematiksel güç ölçeği kullanılmıştır. Araştırmanın nitel kısmında ise örnek olay çalışması yapılmış, veri toplama aracı olarak açık uçlu problemler kullanılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin matematiksel güçlerinin düşük olduğu görülmüştür. Ayrıca farklı matematiksel güce sahip olan öğrencilerin bilgi oluşturma ve matematiksel düşünme süreçlerinde izledikleri yolların farklılaştığı da ulaşılan sonuçlar arasındadır.

Yeşildere ve Türnüklü (2007) tarama yöntemiyle ilköğretimden mezun olan öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerini incelemiştir. Araştırmanın örneklemini İzmir ilinde 20 okuldan toplam 262 öğrenci

oluşturmaktadır. On adet açık uçlu problem kullanılarak toplanan veriler nitel ve nicel çözümlene teknikleri ile incelenmiştir. Araştırma sonuçları; çalışmaya katılan öğrencilerin çözdükleri problem ile matematiksel bilgilerini ilişkilendirme ve akıl yürütme becerilerinde yetersiz olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin akıl yürütme sürecinde verileri değil kendi öznel görüşlerini kullanmaları, veriler arasında bağlantı kuramamaları ve düşüncelerini ifade ederken kanıt sunamamaları bu durumun nedenleri arasında gösterilmiştir.

Bukova Güzel (2008) yarı deneysel bir çalışma ile yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının matematik öğretmeni adaylarının matematiksel düşünme süreçlerine etkisini incelemiştir. Araştırmanın örneklemini Analiz 1 dersini alan öğretmen adaylarından seçilmiştir. Deney grubuna 8 hafta ve 72 ders saati süresince yapılandırmacı yaklaşıma uygun bir ders planı uygulanırken, kontrol grubuna ise geleneksel yaklaşıma uygun bir ders planı uygulanmıştır. Çalışmada deneklerin matematiksel düşüncelerini ölçme amacıyla açık uçlu problemlerden oluşan bir ölçme aracı geliştirilmiştir. Araştırma sonucunda yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı ile yürütülen eğitim sürecinin matematiksel düşünmeye daha fazla katkı sağladığı görülmüştür. Araştırmanın matematiksel düşünmenin gelişimine katkı sağlayacak öğrenme ortamları tasarlanmasında fikir vereceği düşünülmektedir.

Bulut (2009) üniversitede genel matematik dersinin türev uygulamaları konusunda Bilgisayar Cebiri Sistemlerinin (BCS) kullanılmasının öğrencilerin akademik başarı, matematiksel düşünme, kavramsal anlama, işlemsel beceri, problem çözme becerileri ve cinsiyet farkı üzerindeki etkisini incelemiştir. Araştırmanın deney grubunda Gazi Üniversitesinde öğrenim gören 22 öğrenci, kontrol grubunda ise 21 öğrenci bulunmaktadır. Yedi hafta ve 42 ders saati boyunca devam eden araştırma sürecinde deney grubuna yapılandırmacı yaklaşıma dayalı BCS ile öğretim yapılırken, kontrol grubunda BCS kullanılmamıştır. Araştırma sonucunda deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubuna göre daha başarılı olduğu, öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarının aynı kaldığı istatistiksel olarak tespit edilmiştir. Öğrencilerin akademik başarı, işlemsel beceri ve matematiksel düşüncelerini BCS destekli öğretimin pozitif yönde etkilediği görülmüştür.

Arslan ve Yıldız (2010) 11. sınıf öğrencileri ile yaptıkları araştırmada matematiksel düşünmenin çeşitli aşamalarıyla ilgili süreçleri incelemiştir. Özelleştirme, genelleme, varsayımında bulunma ve ispatlama aşamalarını göz önüne alarak hazırlanan dokuz soruluk çalışma yaprakları 24 öğrenciye uygulanmıştır. Çalışmanın sonuçları matematiksel düşünme aşamaları ile öğrenci başarısı arasında ters yönde bir ilişki olduğunu göstermektedir. Bu açıdan, özelleştirme öğrencilerin en başarılı olduğu aşama olurken, ispatlama aşaması en çok sorun yaşadıkları aşama olmuştur.

Engelbrecht (2010) çalışmasında, birçok öğrenci tarafından travmatik olarak değerlendirilen okul matematiğinden ileri matematiğe geçiş sürecini kolaylaştırmak için bazı yapılar önermiştir. Öğrencilerin okul matematiğiyle ilgili deneyimlerinin, üniversitede onlardan beklenenden büyük ölçüde farklı olduğu, okul matematiğinde başarının, cevap almak için farklı yöntemlerin uygulanması anlamına geldiği, öğrencilerin, ileri matematikte gerekli olan mantıksal tümdengelimli akıl yürütmeye aşına olmadığı belirtilmiştir. Genel düşünceden matematiksel düşünmeye geçişte öğrencilere bu geçiş sürecinde yardımcı olmak gerektiği düşüncesiyle bu makalede geçiş dönemi için bazı yapılar önerilmektedir. Teorik bir çalışma olan bu makale, kişisel deneyim ve uluslararası literatürle desteklenen tartışmacı bir anlatımdır.

van Oers (2010) çalışmasında, bir araştırma programının bazı sonuçlarını, ampirik çalışmaları ve teorik arka planını ('Gelişimsel Eğitim' olarak adlandırılan bir eğitim konseptinde detaylandırılmış kültürel-tarihsel teori) sunmaktadır ve bu, küçük çocukların oyun bağlamında şematik temsil ve notasyonlara uygun şekilde hareket etmelerini destekleyerek matematiksel düşünmeyi teşvik etme potansiyellerini göstermektedir.

Alkan ve Tataroğlu Taşdan (2011) tarama modelinde nitel bir araştırma olan bu çalışmada matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme ile ilgili görüşlerini belirlemeyi ve karşılaştırmayı amaçlamışlardır. Araştırmanın örneklemini 3, 4 ve 5. sınıflarda öğrenim gören 134 matematik öğretmeni adayları oluşturmaktadır. Veriler beş adet açık uçlu soru ile toplanmış ve içerik analizi ile çözümlenmiştir. Araştırma sonuçları, öğretmen adaylarının matematiksel düşünmeyi farklı boyutlarıyla genel olarak ortaya koyabildiklerini, problem çözme ile ilişkisini



kurabildiklerini göstermektedir. Sınıflar arasında yapılan karşılaştırma sonucunda matematiksel düşünme tanımı ve problem çözme ile ilişkisi açısından dördüncü sınıftaki adayların diğerlerine kıyasla daha olumlu görüşlere sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Clarke ve ark., (2011) matematikte araştırmaya dayalı, bire bir değerlendirme görüşmelerinin kullanımının öğretmenlerin uzmanlıklarına sağlayacağı faydaları incelemiştir. Avustralya'da ilk ve orta yıllarda öğretmenler ve öğrencilerle yapılan araştırma ve mesleki gelişim çalışmalarından ve diğerlerinin araştırmalarından yola çıkarak, görüşmelerin kullanımının, öğretmenlerin bireysel ve grup matematik anlayışına ilişkin bilgilerini artırarak öğretmen uzmanlığını geliştirdiğini ve ayrıca çeşitli matematiksel alanlardaki tipik öğrenme yollarının anlaşılmasını sağladığı savunulmaktadır. Bu tür görüşmelerin kullanılmasının, öğretmenlerin hem pedagojik alan bilgilerini hem de konu alan bilgilerini oluşturarak çocuklarla etkileşimleri ve tartışmaları için bir model sağladığı belirtilmiştir.

Karakoca (2011), 6. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünmeyi problem çözme sırasında kullanıp kullanmadıklarını ve bu durumun çeşitli değişkenler açısından farklılaşma durumunu incelemiştir. Araştırmanın örneklemini Ankara'da öğrenim gören 1114 altıncı sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Veriler altısı rutin, altısı rutin olmayan sorulardan oluşan 12 soruluk bir matematiksel düşünme ölçeği aracılığıyla toplanmıştır. Elde edilen bulgulara göre; öğrencilerin matematiksel düşünmeyi problem çözme sırasında kullanma durumlarında cinsiyete göre bir değişiklik görülmemiş, ancak okul öncesi eğitimi alma ve matematik başarıları değişkenlerine bakıldığında anlamlı bir farklılaşma görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin rutin sorularda rutin olmayanlara kıyasla daha başarılı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Radu ve Weber (2011) iki öğrencinin çeşitli sonsuz yinelemeli süreçler için son bir durumu tanımlamaya zorlayan görevlerle meşgul olduğu bir öğretim deneyini bildirmektedir. Çalışmadan elde edilen sonuçlar, öğrencilerin bu görevleri ele almak için çoklu akıl yürütme stratejileri kullandıklarını göstermektedir. Öğrencilerin akıl yürütmelerindeki iyileştirmeler, öğrenciler çözdükleri problemler ile daha önce çözdükleri problemler arasında ilişkiler kurduklarında, bir problem için kullandıkları

muhakeme stratejilerinden bazılarını başka bir problemi anlamak veya çözmek için uyguladıklarında meydana gelmiştir.

Tuna (2011), 10. sınıf trigonometri öğretiminde 5E modelinin öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin gelişimine etkisini araştırmıştır. Birbirine denk deney ve kontrol grupları ile yapılan çalışmada deney grubuna trigonometri 5E modeli etkinlikleri kullanılarak anlatılmış kontrol grubuna ise matematik müfredat etkinlikleri kullanılarak anlatılmıştır. Matematiksel düşünme soruları SOLO taksonomisi ile analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda, deney grubundaki öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin gelişiminde ve konunun kalıcılığının sağlanmasında kontrol grubundaki öğrencilere göre anlamlı bir fark olduğu tespit edilmiştir.

Weber ve Mejia-Ramos (2011) yayınlanmış ispatları okumalarına rehberlik eden hedefler ve bu hedeflere ulaşmak için kullandıkları akıl yürütme türü hakkında dokuz araştırma matematikçisiyle görüşülen bir çalışma yapmıştır. Çalışmanın verileri bu dokuz matematikçiyle yapılan görüşmelerden ve ayrı bir çalışmanın (Weber, 2008) verilerinden gelmektedir. Matematikçilerin ispatları okurken kullandıkları üç genel strateji; ispatı satır satır okuma, modüler okuma ve okuyan diğer matematikçilerin otoritesine hitap etme olarak belirlenmiştir. Tümdengelimsel olmayan akıl yürütmenin bu üç stratejinin her birinde önemli bir rol oynadığını savunulmaktadır.

Yoon ve ark., (2011) ileri matematiksel düşünmede jestlerin rolünü incelemiş, hareketlerin rolünün yalnızca düşünceyi iletme ve anlamayı desteklemenin ötesine geçtiğini, bazı durumlarda jestlerin yeni matematiksel içgörüler oluşturmaya yardımcı olabileceğini savunmuştur. Jestler, bir dizi matematik etkinliği üzerinde çalışan iki katılımcının vaka çalışmasında belirgin bir şekilde öne çıkmıştır. Bir katılımcı, fonksiyon, türevi ve ters türevi arasındaki ilişkileri netleştirmek için jestleri kullanmıştır. Araştırmada bu hareketlerin yeni bir problem çözme stratejisine yol açan sanal bir matematiksel yapı oluşturmaya nasıl yardımcı olduğu gösterilmiştir. Bu sonuçlar, jestlerin üretken, ancak ileri matematik seviyelerinde yeni içgörüler oluşturmak için potansiyel olarak yeterince yararlanılmamış bir kaynak olduğunu göstermektedir.

Coşkun (2012), nitel durum çalışması deseniyle matematik öğretmen adaylarının üst düzey matematiksel düşünme süreçlerini incelemiştir. Araştırmanın örneklemini 42 matematik öğretmeni adayı oluşturmaktadır. Veri kaynağı çalışma yapılarıdır. Araştırma sonucunda matematik öğretmeni adaylarının üst düzey matematiksel düşünme sürecinde en başarılı oldukları aşamanın genelleme aşaması olduğu, sentezleme ve soyutlama aşamalarında sorun yaşadıkları görülmüştür.

Fernandez ve ark., (2012) çevrimiçi bağlamlarda matematik öğretmeni adaylarının öğrencilerin matematiksel düşüncelerini profesyonel olarak fark etmelerinin gelişimini karakterize etmeyi amaçlamıştır. Araştırmanın örneklemini lisansüstü programa kayıtlı olan yedi ortaokul matematik öğretmeni adayı oluşturmaktadır. Bulgular, asenkron işbirlikçi iletişim arayüzlerine bir örnek olarak çevrimiçi tartışmaların bu gelişimi desteklemelerinin yazma rolüyle ilgili olduğunu göstermektedir; çevrimiçi bir tartışmaya katılmak önemli bir rol oynar çünkü nihai yazılı metin, öğrencilerin matematiksel düşünmesini işbirlikçi olarak yorumlama etkinliği açısından işlevseldir.

Henning ve ark., (2012) bir matematik öğretmeni tarafından uygulanan öğretim tasarımı ve sınıf söylemi arasındaki ilişkiyi incelemeyi amaçlamıştır. Veriler, yüzey alanı ve hacim konusunda ABD'deki bir yedinci sınıf matematik sınıfından videoya kaydedilmiş dokuz sınıf oturumundan alınan transkriptlerden oluşmaktadır. Bulgular, üç tartışma türü (çerçeveleme, kavramsal ve uygulama) arasındaki söylem etkileşimi türlerinde farklılıklar göstermiştir. Matematik öğretmenlerinin öğretim tasarımı ve her tartışma türüyle ilişkili söylem etkileşimleri arasındaki ilişkiyi anlayarak, daha kaliteli etkileşimlerle sınıf tartışmaları planlama fırsatları bulabileceği belirtilmiştir.

Huang ve Li (2012), Çin'de 10 uzman ve 10 acemi öğretmenin sınıf içi olayları fark etme durumları incelemiştir. Çin'deki iki şehirden seçilen hem uzman hem de acemi öğretmenlerin öğrencilerin matematik bilgilerini tutarlı bir şekilde geliştirmeye ve öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmeye yüksek düzeyde katıldıkları; ayrıca öğrencilerin kendi kendilerini keşfederek öğrenmelerine, öğrencilerin katılımına ve öğretmenlerin öğretim becerilerine de dikkat ettikleri görülmüştür. Ayrıca, acemi öğretmenlerle karşılaştırıldığında, uzman öğretmenlerin

matematiksel ve üst düzey düşünmeyi geliştirmeye ve matematik bilgilerini tutarlı bir şekilde geliştirmeye daha fazla önem verdikleri, ancak öğretmenlerin rehberliğine daha az önem verdikleri görülmüştür.

Ingliš ve Alcock (2012) yeni başlayan lisans öğrencilerinin ve araştırma yapan matematikçilerin ispat doğrulama davranışlarının bir karşılaştırmasını sunmuştur. Katılımcıların göz hareketleri, iddia edilen kanıtları doğrularken kaydedilmiştir. Ana bulgular, önceki önerilerin aksine, matematikçilerin bazen iddia edilen kısa ispatların geçerliliği konusunda bile anlamadıkları; matematikçilerle karşılaştırıldığında, lisans öğrencileri, mantıksal yapıya daha az ilgi gösterdiklerini öne sürerek, argümanların yüzeysel özelliklerine odaklanmak için orantılı olarak daha fazla zaman harcadığı; ve lisans öğrencileriyle karşılaştırıldığında, matematikçiler dikkatlerini iddia edilen ardışık ispat satırları arasında ileri geri kaydırmaya daha meyilli olduğudur. Bu da onların örtük gerekçeler çıkarmak için daha fazla çaba harcadıklarını düşündürmüştür.

Özdil (2012) matematiksel düşünmenin, türev kavramındaki çok aşamalı yapısal modelini incelemiştir. Araştırmanın örneklemini üniversite birinci ve ikinci sınıfta analiz dersine kayıt olan iki bağımsız örneklemden toplam 3523 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırma sonucunda eylemsel, görüntüsel, algoritmik, cebirsel, biçimsel ve belitsel düşünmenin temelde biçimsel ve algoritmik düşünmenin işlevi ile değiştiği, sınıflar arası aşamada matematiksel düşünme ilişkilerinin döngüsel olduğu görülmüştür.

Baş (2013) bir mesleki gelişim programı çerçevesinde iki lisede görev yapan dört matematik öğretmenin, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme becerilerini incelemiştir. Birer aylık yedi dönemden oluşan mesleki gelişim programında her bir dönem başlangıç toplantısı, öğretmenlerin sınıflarında modelleme etkinliklerinin uygulanması ve takip toplantısı olmak üzere bir haftalık üç etaptan oluşmuştur. Takip toplantılarının ardından katılımcı öğretmenlerle birebir görüşmeler yapılmıştır. Araştırma sonucunda üç öğretmenin matematiksel düşünceleri fark etme becerisinde sürece yayılan ve farklı yörüngelerde gerçekleşen bir gelişim olduğu görülmüştür.

Ersoy ve Başer (2013) likert tipi bir matematiksel düşünme ölçeği geliştirmeyi amaçlamışlardır. Araştırmanın örneklemini 152 ortaokul matematik öğretmeni adayından oluşmaktadır. Çalışma sonucunda üst düzey düşünme eğilimi, akıl yürütme, problem çözme ve matematiksel düşünme becerisi alt boyutlarından oluşan, geçerli ve güvenilir, toplam 25 maddelik bir matematiksel düşünme ölçeği geliştirilmiştir.

Fernandez ve ark., (2013) öğrencilerin orantılı ve orantısız akıl yürütmeyi içeren görevleri çözmeleri sırasında aday sınıf öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel düşüncesini fark etmelerini karakterize etmeye başlamayı amaçlamıştır. Sınıf öğretmeni adaylarının, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini nasıl fark ettiklerinin analizinden, dört gelişim düzeyine sahip bir başlangıç çerçevesi belirlenmiştir. Bu çerçeve, sınıf öğretmenlerinin mesleki farkındalığının gelişiminde olası bir yörüngeye işaret etmektedir.

Gavin ve ark., (2013) tüm K-2 öğrencileri için zorlu geometri ve ölçüm birimleri geliştirmeyi ve sahada test etmeyi amaçlamıştır. Makale, Iowa Temel Beceriler Testi (ITBS) matematik kavramları alt testi ve açık yanıtı bir değerlendirmeyi kullanarak 4 eyalette 12 kentsel ve banliyö bölgesinde 2. Sınıf öğrencilerinin başarı sonuçlarını içermektedir. Çalışmada deney grubu, tüm matematik içeriğini kapsayan geleneksel bir ölçüm üzerinde hâla iyi performans gösterirken, açık yanıtı değerlendirme ile ölçülen geometri ve ölçüm kavramlarına ilişkin daha derin bir anlayış sergilemiştir.

Keskin ve ark., (2013), 8. ve 11. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme aşamalarındaki yaşantı farklılıklarını incelemiştir. Araştırmanın örneklemini Afyonkarahisar'da bulunan bir ortaokuldan 14 sekizinci sınıf öğrencisi ve bir liseden 11 on birinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Katılımcılara iki adet çalışma yaprağı uygulanmış ve verilerin analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Araştırma sonucunda sekizinci ve on birinci sınıf öğrencilerinden oluşan her iki grubun da ispat aşamasına doğru ilerledikçe kendilerini matematiksel ve sözel olarak ifade etmede zorlandıkları görülmüştür.

Kılıç ve ark., (2013) materyal destekli etkinlik kullanımının altıncı sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünmesine etkisini incelemiştir. Araştırmanın

örneklemini 20 ortaokul altıncı sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Veriler, video çekimleri ve öğrencilerin üzerinde çalıştığı etkinlik sayfaları aracılığıyla 21 hafta süresince toplanmıştır. Çalışma sonucunda, kullanılan etkinliklerin öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerine olumlu yönde etkisi olduğu görülmüştür.

Öztürk (2013) matematiksel düşünme odaklı bir öğretim uygulaması tasarlayarak bu uygulamanın öğretmen adaylarının matematik öğretimini planlama becerilerine etkisini ve katılımcı öğretmen adaylarının görüşlerini belirlemiştir. Araştırmanın örneklemini 40 ortaöğretim matematik öğretmeni adayından oluşmaktadır. Öğretmen adaylarından uygulama öncesinde, sonrasında ve bir yıl sonrasında üst düzey düşünme süreçlerini içeren ders planları oluşturmaları istenmiştir. Öğretmen adaylarının görüşlerinin belirlenmesi sürecinde ise yarı yapılandırılmış görüşmeler kullanılmıştır. Araştırma sonucunda yapılan öğretim uygulamasının, katılımcıların öğrencilerin matematiksel düşüncelerini dikkate alan ders planı hazırlama becerilerini olumlu yönde etkilediği görülmüştür.

Tataroğlu Taşdan ve ark., (2013) özel durum çalışması kullanılarak yürüttükleri çalışmada matematiksel düşünme ve öğrencilerin matematiksel düşünmesinin geliştirilmesi konusunda öğretmen adaylarının görüşlerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın örneklemini dört matematik öğretmeni adayından oluşmaktadır. Beş sorudan oluşan yarı yapılandırılmış görüşme formu aracılığıyla önce bireysel sonra grup görüşmeleri yapılarak veriler toplanmıştır. Araştırmanın sonucunda katılımcıların matematiksel düşünmenin gelişimine katkı sağlamak için günlük hayatla ilişkilendirme, etkili soru sorma ve problem çözme gibi konularda özen gösterilmesi gerektiği görüşünde oldukları belirtilmiştir.

Dickerson ve Doerr (2014) 17 lise matematik öğretmeni ile yaptığı bu nitel çalışmada, öğretmenlerin okul matematiğinde matematiksel ispatın amaçlarına bakış açılarını incelemiştir. Öğretmenler en önemli iki amacı; öğrencilerin matematiksel anlamalarını geliştirmek ve genelleştirilmiş düşünme becerilerini geliştirmek olarak algılamışlardır. Çalışmanın sonuçlarına göre; daha az deneyime sahip öğretmenler, lisedeki ispatların katı dil ve muhakeme standartlarına uyması gerektiğine inanma eğilimindeyken, daha fazla deneyime sahip öğretmenler, somut veya görsel

özelliklere dayalı ispatların lise matematiği için çok uygun olduğuna inanma eğilimindedir.

Ersoy ve Güner (2014) sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel düşünme düzeylerini ve problem çözme becerilerini incelemiştir. Araştırmanın örneklemini 46 sınıf öğretmeni adayı oluşturmaktadır. Veriler iki araştırma problemi ile matematiksel düşünme ölçeği kullanılarak elde edilmiştir. Araştırma sonucunda, öğretmen adaylarının problem çözme, uygun stratejiyi belirleme ve uygulama becerilerinin olumlu yönde geliştiği görülmüştür. Ayrıca katılımcıların problem çözme becerilerinin matematiksel düşünceleri üzerinde etkisi olduğu da ulaşılan sonuçlar arasındadır.

Huscroft-D'Angelo ve ark., (2014) bir dijital yazma ortamı aracılığıyla, öğrenme güçlüğü çeken öğrenciler için matematiksel düşünmenin iletişimini teşvik etmeyi amaçlayan bir müdahalenin etkilerini incelemiştir. Çalışmanın katılımcılarını Dallas, Teksas'taki iki özel okuldan 13 ilkokul üçüncü ve dördüncü sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışmada öğrencilerin dijital yazma ortamını nasıl kullandıklarını, iletilen bilgileri ve öğrenme güçlüğü çeken küçük bir ilkokul öğrencisi grubu için matematiksel akıl yürütmedeki farklılıklar incelenmiştir. Bulgular, öğrencilerin öncelikle matematiksel düşünmeyi ilettiklerini, çoğu zaman yazmayı seçtiklerini ve akranlarıyla matematiksel konuşmalar yaptıklarını ortaya koymuştur. Ayrıca matematiksel akıl yürütmede zaman içinde önemli farklılıklar oluştuğu görülmüştür.

McDuffie ve ark., (2014) öğretmen adaylarının; çocukların matematiksel düşünceleriyle ilgili yeterliliklerini ve çocukların topluluk, kültürel ve dilsel bilgi kaynaklarını veya çocukların çoklu matematiksel bilgi tabanları olarak adlandırılan şeyleri ne ölçüde fark ettiklerini incelemiştir. Araştırmacılar matematik yöntemleri dersinde öğretmen adayları ile bir video analiz etkinliği hazırlamışlar ve uygulamışlardır. Etkinliğin yönlendirmeleri ve yapısının öğretmen adaylarının fark etme derinliklerini ve odaklarını artırarak öncelikle öğretmen hareketlerine katılmaktan (ve sadece gördüklerini açıklamaktan) önemli etkileşimlerin farkına varmaya (ve bu etkileşimlerin öğrenme üzerindeki etkilerini yorumlamaya) geçiş yaparak desteklediği bulgusuna ulaşılmıştır.

Tatarođlu Tařtan (2014) bir üretim tasarımı oluřturarak matematik retmenlerinin pedagojik alan bilgilerini, matematiksel dűřünmeyi destekleme bađlamında geliřtirmeyi amaçlamıřtır. Arařtırmanın rneklemini İzmir ilinde ortaretim kurumlarında görevine devam eden 6 matematik retmeni oluřturmaktadır. Verilerin toplanmasında video kaydı, grűřmeler ve yazılı dkűmanlar kullanılmıřtır. Arařtırma sonucunda, katılımcı retmenlerin matematiksel dűřünmeyi destekleyici içeriklere derslerinde yer verme oranlarının arttıđı, pedagojik alan bilgilerinde kayda deđer geliřmeler olduđu grűlműřtűr.

Wager (2014), bir mesleki gelişim kursundaki retmenlerin, çocukların ilköğretim matematik sınıflarına katılımı hakkında fark ettiklerine nasıl tepki verdiklerini ve fark ettikleri şeyin, retmenlerin eşitlikçi matematik pedagojisine yönelik konumuyla nasıl bağlantılı olduğunu açıklamaktadır. Sınıf videosundaki retmen yansımalarından elde edilen veriler, retmenlerin çocukların katılımıyla ilgili fark ettikleri şeylere nasıl katıldıkları, bunları nasıl yorumladıkları ve bunlara nasıl tepki verdiklerini belirlemek için analiz edilmiştir. Bulgular, nasıl daha adil bir matematik üretimi sağlanacağını dűřűndűkleri için bir katılım merceğinin retmenlere destek olduğunu göstermektedir. Ayrıca, retmenlerin çocukların katılımını fark etme derinliğinin, onların eşitlikçi matematik eğitimcileri olarak konumlarıyla bağlantılı olduğu grűlműřtűr.

elik ve ark., (2015) adidaktik bir öđrenme ortamı oluřturularak retmen adaylarının matematiksel dűřűnmeleri incelenmiřtir. Arařtırmanın örneklemini bir devlet űniversitesinde öđrenim gören 30 ikinci sınıf đrencisi oluřturmaktadır. Verilerin toplanmasında video kayıtları, arařtırmacı notları ve katılımcıların verilen problem durumuna iliřkin yazılı olarak yaptıkları açıklama ve iřlemler kullanılmıřtır. Arařtırma sonucunda, tasarlanan öđrenme ortamının katılımcıların matematiksel dűřűnmelerine destek olduđu, matematiksel dűřűnme sűrecindeki varsayımda bulunma ve ikna etme ařamalarını kullanmalarına olanak sađladıđı, katılımcıların çalıřmaya aktif katılım sađladıđı grűlműřtűr.

Hudson ve ark., (2015), 2011-2012 yılları arasında Kuzey Dođu İřkoya'da matematiksel dűřűnmenin geliřimini teřvik etmek amacıyla tasarlanmış yeni geliřtirilmiş bir yűksek lisans kursunun katılımcıları olan 24 ilkokul retmeni ile



yürütülen bir araştırma çalışması yapmıştır. Proje, kurs aracılığıyla katılımcılar tarafından sınıf temelli eylem araştırmasını ve aynı zamanda üniversite araştırmacıları tarafından müfredat geliştirme sürecine yönelik araştırmaları teşvik etmeyi amaçlayan bir tasarım araştırması çerçevesi içinde kurulmuştur. Bu çalışmadan elde edilen bulgular, kursun bu öğretmenler üzerinde dönüştürücü ve özgürleştirici bir etkisi olduğunu vurgulamaktadır. Ayrıca, müfredatın belirli yönlerinin 'çerçevenmesinin' öğrenciler üzerinde yaratıcılığı baskılayan ve öğrenen özerkliğinin kullanımını sınırlayan şekillerde baskıcı bir etkiye sahip olduğunu vurgular.

Karşılığil Ergin (2015) matematiksel düşünmeyi öğrencilerin problem çözme ve kurma süreçleri üzerinde incelemiştir. Örneklemini ilkökul dördüncü sınıf, ortaokul beş ve altıncı sınıflardan toplam 450 öğrencinin oluşturduğu araştırmada katılımcılara üç problem çözme ve bir problem kurma sorusundan oluşan bir veri toplama formu uygulanmıştır. Araştırma sonucunda, katılımcıların çoğunluğunun doğru çözüm stratejileri belirleme ve problem çözme konusunda yeterli olmadıkları, sınıf seviyesinin arttıkça öğrencilerin problem çözme ve kurma yeteneklerinin de arttığı görülmüştür.

Leatham ve ark., (2015) matematiksel olarak önemli pedagojik fırsatları kavramsallaştırarak öğrenci düşüncesini geliştirmeyi amaçlamıştır. Bir sınıf örneğinin böyle bir fırsat sağlayıp sağlamadığını belirlemek için süreç örneklenmiş ve sınıf söylemini incelemede yapının yararlılığını göstermek için diyalog analiz edilmiştir. Bu yapı, bir mercekle sağlayarak ve öğrencilerin matematiksel açıdan üretken bir şekilde düşünmesi için ortak bir dil oluşturarak, araştırmacıların sınıf uygulamaları üzerinde çalışabileceği, öğrencilerin matematiksel düşüncesinin kritik bir çekirdeğini kabul ederek araştırma ve profesyonel gelişime katkıda bulunur.

Rowlett (2015) ders dışı bir üniversite klübü olan Maths Arcade'de oynanan Quarto oyunu ile stratejik ve matematiksel düşünmeyi geliştirme üzerine bir çalışma yapmıştır. Olası bir öğrenci projesi önermeyi amaçlayan bu makale ile Quarto'yu bir ikili sayılar dizisi olarak temsil eden ve oyunu Python'da programlamaya uygun hale getiren bir yöntem açıklanmıştır.

Tuncay (2015), iki öğretmen adayı, farklı kıdem ve öğretim seviyesindeki iki matematik öğretmeni ve bir akademisyen ile yaptığı araştırmasında katılımcıların problem çözme sürecindeki matematiksel düşüncelerini incelemiştir. Durum çalışması yöntemi kullanılan çalışmada veriler görüşmelere ait video kayıtları ve katılımcıların teslim ettikleri çözüm kâğıtlarının birlikte bilgisayara aktarılması ile elde edilmiştir. Araştırma sonucunda eğitim seviyesi ile matematiksel düşünme süreçleri arasında orantılı bir ilişki olmadığı, örneğin ispat tekniğini akademisyen olan katılımcı daha sık kullanırken özellikle özelleştirmede öğretmen adaylarının daha farklı çözümler ürettikleri görülmüştür.

Yıldırım (2015) ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin geometri problemlerinde matematiksel düşünmenin alt boyutlarından olan özelleştirme ve genelleme süreçlerini incelemiştir. Sekiz öğrenci ile yapılan çalışmada veriler klinik görüşme yöntemiyle toplanmıştır. Araştırma sonucunda, öğrencilerin genelleme yapabilme becerilerinin farklı problem durumlarına göre değiştiği, özelleştirme sürecinde başarılı olan ancak genellemede zorlanan öğrencilerin beklenen genellemeye çoğunlukla ulaşabildikleri görülmüştür.

Baltacı (2016) üstün yetenekli sekizinci sınıf öğrencilerinin olasılık problemleri çözme süreçlerini matematiksel düşünme becerileri açısından bir durum çalışması kullanarak incelemiştir. Araştırmanın örneklemini BİLSEM’de sekizinci sınıfa devam eden altı öğrenci oluşturmaktadır. Veriler araştırmacı tarafından hazırlanan üç problemi içeren bir klinik görüşme formu ile toplanmıştır. Klinik görüşmeler sırasında öğrenciler kâğıt, kalem ve Geogebra programını kullanmışlardır. Araştırma sonucunda üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinden akıl yürütme ve strateji becerilerini en çok olasılık problemleri çözme sürecinde, en az ise iletişim becerilerinde kullandıkları görülmüştür.

Dickerson ve Pitman (2016) lisans matematik bölümü üzerinde yapılan bu nitel çalışma ile öğrencilerin tanım yazma yeteneklerini incelemiştir. Çalışma için veriler anket ve görüşmelerden elde edilmiştir. Lisans düzeyindeki matematiksel çalışmanın ileri düzeyindeki öğrencilerin, kavram imajlarına veya temel kavramların

kabul edilen tanımlarına uyan yeni tanımlar oluşturmakta zorlandıkları tespit edilmiştir.

El-Demerdash ve ark., (2016) yaratıcı matematiksel düşünmeyi teşvik etmek amacıyla dijital kaynakların tasarımı ve değerlendirmesi üzerine bir çalışma yapmıştır. Kaynakların matematiksel yaratıcılığı teşvik etmek için doğrusal olmayan kişiselleştirilmiş yol, yapılandırıcı yaklaşım ve üst-biliş tabanlı etkinlikler açısından tasarım seçenekleri tartışılmıştır. Ayrıca uzmanların yaratıcı matematiksel düşünme kaynak potansiyeline ilişkin bir ön değerlendirmesi sunulmuştur.

Kaplan ve ark., (2016) ilişkisel tarama modeli kullanarak, ortaokul öğrencilerinin matematiksel üstbiliş farkındalıkları ile problem çözme becerilerine yönelik algıları arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Araştırmanın örneklemi, 2014-2015 eğitim-öğretim yılı güz döneminde Kars ilindeki üç devlet okulunda öğrenim gören 145 öğrenci oluşturmaktadır. Veriler matematiksel üstbiliş farkındalık envanteri ve çocuklar için problem çözme envanteri kullanılarak toplanmıştır. Araştırma sonucunda, öğrencilerin matematiksel üstbiliş farkındalıkları ile problem çözme becerilerine yönelik algıları arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğu görülmüştür.

Olgun (2016) öğretmen adaylarıyla yaptığı çalışmasında, öncelikle katılımcıların matematiksel düşünme yapılarını incelemiş, ardından görsel-uzamsal yetenekleri ve temsil kullanımları, sözel matematiksel problemleri çözme performansları ile ilişkilerini araştırmıştır. Araştırmanın örneklemi; İstanbul ve Ankara illerinde öğrenimlerine devam eden 113 öğretmen adayından oluşmaktadır. Araştırma sonucunda, farklı matematiksel düşünme yapısına sahip olan öğretmen adaylarının problem çözme performanslarının benzer olduğu, ancak temsil kullanımlarında farklılaşmalar olduğu, farklı tipte temsil kullanımının problem çözme performanslarını etkilediği görülmüştür.

Öztürk ve Akyüz (2016), öğretmenlik uygulaması dersi kapsamında ortaöğretim matematik öğretmen adaylarından matematiksel düşünme odaklı ders planları yapmaları istenmiş ve planlama becerileri incelenmiştir. Araştırmanın örneklemini oluşturan matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasına katılmış 20 öğretmen adayının yaptığı ders planları, ders planlama öğeleri rubriği kullanılarak

analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının rubrik kullanılarak yapılan puanlama sonucunda yüksek puanlar aldıkları, yaptıkları planlarda öğrencilerin matematiksel düşüncelerine odaklanabildikleri görülmüştür.

Wager ve Parks (2016) okul öncesi dönemde oyunun çocukların matematiksel düşünmesini değerlendirmek ve geliştirmek için bir alan olarak nasıl hizmet edebileceğini incelemiştir. Çalışmanın amacı; öğretmenler çocukların matematiksel düşüncelerine ilgi gösterdikleri ve oyunu matematikleştirdiklerinde nelerin mümkün olduğuna dair kanıt sağlamaktır. Okul öncesi dönemde kültürel ve gelişimsel olarak duyarlı matematik öğretimini desteklemek için daha geniş bir mesleki gelişim çalışmasından elde edilen verileri analiz ederek, bütünsel bir anlatı değerlendirme aracı olan öğrenme hikâyeleri aracılığıyla öğretmenlerin, çocukların oyun sırasında dahil oldukları matematiksel uygulamaları nasıl açıkça tanımladıkları açıklanmıştır.

Bayazit ve Osmanoglu (2017) çalışmalarında, problem çözme öğretiminin matematiksel düşünmeyi nasıl etkilediğini araştırmıştır. Araştırmanın örneklemini 213 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Veriler ön test- son test yöntemiyle elde edilmiştir. Araştırma sonucunda katılımcıların düzensiz problem çözme tekniklerini başarıyla uyguladıkları ve problem çözme üzerine aldıkları dersler sonucunda matematiksel düşünme değişikliklerinin görüldüğü belirtilmiştir.

Dalga (2017) okul öncesi öğrencilerinin matematiksel düşünme becerilerini ölçecek bir ölçeğin olmamasından yola çıkılarak Matematiksel Düşünme Becerisi Değerlendirme Aracı (MATBED) adında bir ölçek geliştirmiştir. Araştırmanın örneklemini Ankara ilinde 60-72 ay çocuklarına eğitim veren sınıflarda öğrenim gören 300 çocuk oluşturmaktadır. Araştırmada okul öncesi öğrencilerinin matematiksel düşünme becerilerini 5 alt test ile değerlendirilmiş ve veriler geçerlilik, güvenirlik hesaplamaları için analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda tasarlanan ölçeğin (MATBED) geçerli ve güvenilir olduğu görülmüştür.

Göl (2017), Fen Lisesinde 12. sınıfa devam eden öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini incelemek için özelleştirme, tahmin, ispat ve genelleme basamakları bağlamını kullanmıştır. Araştırmanın örneklemini 2015-2016 eğitim öğretim yılında Uşak ilinde 12. sınıfta öğrenim gören toplam 9 Fen Lisesi öğrencisi oluşturmaktadır. Öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin ölçülmesinde

araştırmacı tarafından geliştirilen 9 problemden oluşan bir ölçek kullanılmış, sonrarsında verilen cevaplar doğrultusunda mülakatlar yapılmıştır. Araştırma sonucunda soru zorlukları arttıka öğrenci başarılarının basamaklar ilerledikçe düştüğü görölmüştür. Öğrencilerin en başarılı oldukları basamağın özelleştirme basamağı olduğu, genelleme basamağında ise en yüksek seviye olan sembolik genelleme türünden beceriler sergiledikleri görölmüştür.

Kocaman (2017), 11. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme becerilerini belirleyerek bu becerileri ile matematiğe yönelik tutum ve başarıları arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Araştırmanın örneklemini batı Anadolu’da lise öğrenimine devam eden 278 on birinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Veriler 12 sorudan oluşan matematiksel düşünme testi ile 25 sorudan oluşan matematik tutum ölçeği aracılığıyla toplanmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin uygulanan test ve ölçeğin her ikisinden de oldukça yüksek puanlar aldığı görölmüştür. Matematik tutum ölçeği ile matematiksel düşünme testinden alınan puanlar arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğu görölmüştür. Bunun sonucunda matematiksel düşünmenin gelişiminde matematiğe yönelik olumlu tutum oluşturmanın önemli olabileceği belirtilmiştir.

Krupa ve ark., (2017), ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının fark etmelerini geliştirmek için tasarlanmış bir müfredat modöünün etkilerini incelemiş, elde edilen araştırma sonuçlarının ışığında ortaöğretim için geçerli olan ilköğretim düzeyinde öğretmen fark etme yapılarının yönlerini ve aktarılabirlik için değişiklik gerektiren yönleri tartışmıştır. Veriler, aday öğretmenlerin değerlendirme öncesi ve sonrası yanıtlarından elde edilmiştir. Bulgular, bir öğrenci görüşmesine odaklanan bu müfredat modöünün, aday öğretmenlerin öğrenci matematiksel düşünmesini fark etmelerine katkı sağladığını göstermiştir.

Nickerson ve ark., (2017) çocukların matematiksel düşünmelerini fark etme konusunda uzmanlığa sahip öğretmenlerin, öğrencilerinin matematiksel performanslarını ve anlayışlarını desteklemek için daha hazırlıklı olduklarına inanarak ortaöğretim öğretmenlerinin çocukların matematiksel düşünmelerini profesyonel olarak fark etmelerine odaklanmıştır. Araştırma sonucunda, uyarıları fark eden uzman yanıtlarına erişim yaygınlığının ortaöğretim düzeyinde ilkokul düzeyine göre çok daha az olduğu görölmüştür.

Schoenfeld (2017) matematiksel düşünmeyi ve öğretmeyi anlama ve geliştirmede video kullanımının etkisini incelenmiştir. Makalede problem çözüme araştırma ve geliştirme için yaklaşık 40 yıl önce video kullanımlarına ilişkin kısa bir inceleme yapıp daha sonra öğrenme ve karar verme üzerine ayrıntılı araştırmaların tartışılması ile devam edilmiştir. Makalenin büyük bölümü, sınıf içi video kasetlerinin kapsamlı olarak gözden geçirilmesinden elde edilen ve kapsamlı bir hizmet öncesi ve hizmet içi profesyonel gelişim programının temelini oluşturan sağlam anlayış (TRU) çerçevesi konulu bir tartışmaya ayrılmıştır. Profesyonel gelişim, ağırlıklı olarak TRU'daki önemli fikirleri iletmek ve öğretmenlerin talimatları planlayıp incelemelerine yardımcı olmak için video kullanımına dayanmaktadır.

Yavuz Mumcu ve Aktürk (2017) öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçleri ile matematiksel akıl yürütme becerilerini birbirleriyle ilişkili olarak ele almıştır. Karma desende tasarlanan araştırmanın örneklemini bir üniversitenin farklı sınıf seviyelerinde öğrenime devam eden 197 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Verilerin toplanmasında Başaran (2011) tarafından geliştirilen matematiksel düşünme ve muhakeme becerileri testi ile Alkan ve Taşdan (2011) tarafından geliştirilen Matematiksel Akıl Yürütme Becerileri ve Göstergeleri testleri kullanılmıştır. Araştırma sonucunda katılımcıların genelleme / soyutlama / modelleme ve oranlanma becerilerinden ortalamaya yakın puanlar aldığı ancak geliştirici ve yaratıcı düşünme beceri puanlarının ortalamanın altında kaldığı görülmüştür.

Yıldırım (2017) ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin geometri problemlerine verdikleri cevaplar üzerinden matematiksel düşünmenin alt boyutlarından özelleştirme ve genelleme süreçlerini incelemiştir. Çalışma 2014-2015 eğitim öğretim yılında Eskişehir ilindeki üç devlet okulundan toplam sekiz öğrenci ile yürütülmüş ve verilerin toplanmasında klinik görüşme yöntemi kullanılmıştır. Araştırma sonucunda, farklı problem durumlarında öğrencilerin genelleme yapabilme becerilerinin değiştiği gözlenmiştir. Özelleştirme sürecinde yapılması gereken işlemi başarıyla gerçekleştiren ancak genelleme sürecinde zorlanan öğrencilerin genel olarak beklenen genellemeye ulaşabildikleri gözlenmiştir. Genellemeyi sözel olarak ifade edebilen ya da problemlere geometrik açıklamalar

yapabilen öğrencilerin bir kısmının bunları cebirsel olarak ifade etmekte zorlandığı da ulaşılan sonuçlar arasındadır.

Akçay ve Boston (2018) öğretmen adaylarının Öğretim Kalitesi Değerlendirmesini kullanarak, öğrencilerin matematiksel düşünmesini ve akıl yürütmesini destekleyecek şekilde teknolojiyi eğitim faaliyetlerine entegre etme becerisini incelemiştir. Çalışmanın katılımcılarını ABD’de orta büyüklükte bir özel üniversitede 2014-2015 eğitim-öğretim yılı boyunca sertifika programlarına devam eden aday öğretmenler oluşturmaktadır. Çalışmada teknoloji temelli öğretim etkinliklerinin bilişsel taleplerinin düzeyi analiz edilmiştir. Ulaşılan sonuçlar, aday öğretmenlerin yüksek düzeyde bilişsel taleplerle teknoloji tabanlı öğretim etkinlikleri tasarladığını ve yüksek düzeyde uygulama ve öğrenci tepkisini sürdürmeyi amaçladığını göstermektedir.

Baki ve Işık (2018) ders imecesi modeli ile altı öğretmenin öğrencilerin matematiksel düşüncelerine yönelik farkındalıklarını incelemiştir. Dört öğretmen ders imecesi sürecine katılırken iki öğretmen katılmamıştır. Süreç tamamlandıktan iki ay sonra altı öğretmene video kayıtları izletilerek rapor halinde değerlendirmeleri istenmiştir. Araştırma sonucunda ders imecesi modelinin uygulanmasının öğretmen farkındalığını artırdığı görülmüştür.

Benton ve ark., (2018) programlamayı öğrenerek bilgi işlemsel ve matematiksel düşünme becerilerini geliştirmek için tasarlanmış bir müfredat olan ScratchMaths ile meşgul olduktan sonra öğrencilerin (10-11 yaş arası) algoritma anlayışlarını araştırmıştır. 6 okuldan toplam 181 öğrenci, aynı sorunu çözen farklı algoritmaların yorumlarını ve değerlendirmelerini incelemek için yazılı görevler üstlenmiştir. Daha sonra bu öğrencilerden oluşan bir alt grup ile anlayışlarını daha derinlemesine araştırmak için mülakat yapılmıştır. Birçok öğrencinin algoritma kavramını uygulayabilse de, daha yüksek herhangi bir soyutlama düzeyinde ne olduğunu açıklamakta zorlandığı görülmüştür. Bulgular öğrencilerin algoritmaları çeşitli yapılara karşı değerlendirmek için kullandıkları kriterler arasındaki farklılıklar olduğunu da göstermektedir.

Bozkurt ve Polat (2018) öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ortaya çıkarma adına öğretmenin sorduğu soru tipleri ile öğrencilerin verdikleri cevaplar

arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Araştırmanın örneklemini yüksek lisans eğitimi almış bir ortaokul matematik öğretmeni ve onun 6. sınıf öğrencileridir. Veriler 5 ders videosu aracılığıyla toplanmıştır. Araştırma sonucunda, öğretmenin öğrencilerin eksik, yanlış ya da belirsiz cevaplarını iyileştirmek amacıyla daha çok özel soru tipi kullandığı, yönlendirici soru tipini daha az sıklıkla kullandığı görülmüştür. Ayrıca öğrenci cevapları doğru ve tam olduğunda öğretmenin özel soru tipini tercih ettiği, eksik veya belirsiz cevaplarda genel ve özel soru tiplerini kullandığı görülmüştür.

Çilingir Altın (2018) ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin görsel tahmin, uzamsal akıl yürütme becerilerinin ve problem çözme performanslarının, görsel, analitik ve harmonik matematiksel düşünme profilleri perspektifinden incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırmanın örneklemini Adana ilindeki bir ilkokulda öğrenim gören 445 dördüncü sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmada; 11 sözel problemden oluşan Matematik İşlem Testi, yirmişer sorudan oluşan Uzamsal Akıl Yürütme Testi ve Görsel Tahmin Becerileri Testi kullanılmıştır. Araştırma sonucunda harmonik ve analitik düşünme profillerine yatkın olan öğrenci sayısının görsel düşünme profiline yatkın olan öğrenci sayısına göre daha fazla olduğu, Öğrencilerin ölçülen becerileri, matematiksel düşünme profili ve matematiksel problem çözme performansları arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğu tespit edilmiştir.

Demirtaş (2018) sınıf öğretmenleri ile yaptığı araştırmasında, öğretmenlerin yaratıcılık fenomenine olan duyarlılığı ile matematiksel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Araştırmanın örneklemini Şanlıurfa il merkezinde çeşitli okullarda görev yapan 509 sınıf öğretmeni oluşturmaktadır. Araştırma sonucunda Türkçeye uyarlanan “Eğitimcilerin Yaratıcılığa Karşı Duyarlılığı Testi” güvenilirliğinin yüksek derecede olduğu ve araştırılan değişkenler arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğu tespit edilmiştir.

Fisher ve ark., (2018) çalışmasında, çocukların tam sayı ve aritmetik akıl yürütmedeki kavramsal gelişiminin profesyonel olarak fark edilmesine odaklanan bir müdahalenin, sınıf öğretmeni adaylarının profesyonel fark etme becerileri, matematik bilgileri ve matematiğe yönelik tutumları ve üzerindeki etkisini incelemiştir. Video tabanlı profesyonel fark etme modülü beş üniversiteden 224



öğretmen adayı ile kullanılmıştır. Ön ve son test yoluyla elde edilen veriler incelendiğinde aday öğretmenlerin video tabanlı bir modüle katılımının bir sonucu olarak profesyonel fark etme becerilerini geliştirebileceği görülmüştür. Bunun yanında matematik bilgisinin anlamlı bir artış göstermediği, matematiğe yönelik tutumlar üzerinde büyük bir etki olmadığı görülmüştür.

Fouze ve Amit (2018) matematikte ilginç, eğlenceli ve başarılı bir öğrenme süreci olan etnomatematiksel folklor oyunlarının matematik öğretimine entegrasyonu ile matematiksel düşünmenin geliştirilmesini üzerine bir çalışma yapmıştır. Öğrencilerin kültürüne, kültürel değerlerine ve önceki bilgilerine ait oyunların kullanılmasının, öğrencilerin öğrenme sürecine büyük katkı sağlayabileceği, çalışma materyalini daha iyi anlamalarına yardımcı olabileceği, motivasyonlarını yükseltebileceği ve nihayetinde matematikteki başarılarını artırabileceği düşünülmektedir. Bu süreç aynı zamanda öğrencilerin yakın çevrelerine ait olma duygularının artmasına da katkıda bulunabilir. Yazarlar etnomatematiksel yaklaşımın matematik eğitimcilerinin düşünce ve bakış açılarında devrim yaratabileceğine inanmaktadır.

Koyuncu (2018) matematik ve felsefe arasında sıkı bir ilişki olduğunu göz önüne alarak, ortaöğretim 9. sınıf öğrencilerine Matematik Felsefesi Etkinliği uygulanmasının matematiğe yönelik tutumları, inançları ve matematiksel düşünme becerileri üzerindeki etkisi incelemiştir. Araştırmanın katılımcıları İstanbul'da bulunan özel bir Fen Lisesi'nde öğrenim gören 15 deney, 15 kontrol grubu olmak üzere toplam 30 dokuzuncu sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Öğrencilerin matematiğe yönelik tutumları, inançları ve matematiksel düşüncelerini ölçekler aracılığıyla ölçülmüştür. Araştırma sonucunda yapılan uygulamanın, öğrencilerin matematiğe yönelik tutum ve inançlarını pozitif yönde artırdığı ancak matematiksel düşünme becerilerinde istatistiksel olarak anlamlı bir farklılaşma olmadığı görülmüştür.

Kükey (2018) ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme biçimlerini, matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşüncelerini tahmin etmeye yönelik görüşlerini incelemiştir. Çalışma grubu 96 ortaokul öğrencisi, 24 matematik öğretmen adayı ve 6 ortaokul matematik

öğretmeninden oluşmaktadır. Araştırmada; rutin olmayan 4 probleme dair ayrıntılı çözümler, yarı yapılandırılmış görüşme formları ve gözlem notları veri kaynağını oluşturmaktadır. Araştırma sonucunda, matematiksel düşünmenin özelleştirme ve varsayımda bulunma aşamalarında öğrencilerin bir kaç sonuçla yetindiği, tamamına ulaşmaya çalışmadığı, bu aşamalarda öğretmen ve öğretmen adaylarının öğrenci stratejilerini yeterli düzeyde tahmin edemediği görülmüştür. Doğrulama ve ikna etme aşamalarında öğrencilerin daha önce öğrendikleri formülleri uygulamaya çalıştıkları, çok azının farklı durumları uygulamayı denediği gözlenmiştir. Bu aşamalarda öğretmen adaylarının öğrenci stratejilerini öğretmenlere göre daha fazla tahmin edebildikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Lee ve Francis (2018) sınıf öğretmenlerinin öğretimsel karar vermede öğrencilerin düşüncelerini kullanma algıları, mesleki fark etme becerileri ve öğretim sırasında öğrencilerin düşüncelerini kullanmaları arasındaki ilişkileri incelemiştir. Bunun için iki bölümden oluşan yarı yapılandırılmış bir protokol kullanılarak 33 katılımcı ile görüşmeler yapılmış ve 25 öğretmenin eğitici videoları toplanmıştır. Ön bulgular sınıf öğretmenlerinin, öğrencilerin düşüncelerini kullanma algıları ile profesyonel fark etme becerileri arasında bir ilişki olduğunu, ancak öğretmenlerin kendi öğretim videolarında gözlemlendiği gibi öğrencilerin düşüncelerinin kullanımına ilişkin algıları ile uygulamaları arasında bir uyumsuzluk olduğunu göstermektedir.

Yağdıran (2018) teknoloji destekli ortamların öğrencilerin matematiksel düşünme becerileri üzerindeki etkisini incelemiştir. Araştırmanın örneklemini 11. sınıfa devam eden 12 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmanın verileri; görüşmeler, yazılı materyaller, tablet ekran kayıtları, ders içi video kayıtları ve gözlem sırasında alınan notlardan oluşmaktadır. Araştırma sonucunda, öğrencilerin matematiksel düşünmenin özelleştirme aşamasında teknoloji kullanımında zorlanmadıkları ancak ilerleyen evrelerde zorlandıkları görülmüştür. Teknoloji kullanma amacının matematiksel düşünme aşamalarına göre değiştiği de ulaşılan sonuçlar arasındadır.

Yıldırım ve Yavuzsoy Köse (2018) nitel araştırma yöntemi kullanarak sekizinci sınıf öğrencilerinin çokgen problemlerindeki matematiksel düşüncelerini incelemiştir. Sekiz öğrenci ile yapılan araştırmada veri toplama yöntemi olarak klinik

görüşme kullanılmıştır. Çalışma sonucunda, özelleştirme sürecinde öğrencilerin daha önce karşılaştıkları problem durumlarında problemi anladıkları, ancak yeni bir durumla karşılaştıklarında zorlandıkları görülmüştür. Yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerin diğerlerine kıyasla daha farklı stratejilere yöneldikleri gözlenmiştir. Genelleme sürecinde öğrencilerin bunu sözel olarak daha rahat ifade edebildikleri ancak cebirsel olarak ifade etmekte zorlandıkları da ulaşılan sonuçlar arasındadır.

Yılmaz ve Argun (2018) beş ortaöğretim matematik öğretmeni adayı üzerinde bir vaka çalışması yoluyla yaptığı çalışmada görselleştirmelerin, matematiksel düşünmede önemli bir süreç olan matematiksel soyutlamadaki rolünü araştırmayı amaçlamıştır. Veriler, sınıf gözlemleri ve yarı yapılandırılmış görüşmeler yoluyla toplanmıştır. Ulaşılan bulgular, görselleştirmelerin katılımcılar tarafından sıklıkla kullanıldığını ve soyutlama yapılırken farklı şekillerde kullanıldığını göstermektedir. Katılımcılar ayrıca genellikle somut ve dinamik olan farklı görsel imgeler de üretmişlerdir.

Yorulmaz ve ark., (2018) ilişkisel araştırma modelinde yaptıkları çalışmada sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel düşünceleri ile bireysel yenilikçilikleri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Araştırmanın örneklemini Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi'nde öğrenim görmekte olan 223 sınıf öğretmeni adayı oluşturmaktadır. Araştırmada veri toplama aracı olarak çeşitli ölçek ve formlar kullanılmıştır. Araştırma sonucunda katılımcıların matematiksel düşünme durumlarının yüksek, bireysel yenilikçiliklerinin orta düzeyde olduğu ve bireysel yenilikçilik kategorileri arasında en fazla sorgulayıcı oldukları görülmüştür. Matematiksel düşünme ile bireysel yenilikçilik arasında pozitif yönde, orta düzeyde, anlamlı bir ilişki tespit edilmiştir.

Akarsu Yakar (2019) matematiğin üç dünyası kuramsal çerçevesini temel alarak ortaokul 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme süreçleri ve matematiksel dil becerilerini incelenmiştir. Karma desende tasarlanan araştırmanın nicel çalışma bölümüne Kocaeli ili İzmit ilçesinden 2808 öğrenci, nitel bölümüne 23 öğrenci katılmıştır. Öğrencilere ilk olarak cebirsel ve geometrik düşünme düzeylerini belirleme testleri uygulanmış ardından 23 öğrenciyle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Araştırma sonucunda katılımcıların geometrik ve cebirsel düşünme

düzeylerinin genellikle birinci düzeyde olduğu, bu iki düşünme düzeyinin matematiksel düşünmeyi geliştirmede birlikte etkili olduğu görülmüştür. Bunun yanında matematiğin üç dünyası kuramı ile matematiksel düşünme ve matematiksel dil becerilerini eş zamanlı incelemede genel bir çerçeve sunulduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Aygün (2019) Giresun ilindeki BİLSEM'e kayıtlı 3 üstün yetenekli öğrenci ile bir devlet okuluna devam eden üstün yetenekli tanısı konulmamış 3 öğrencinin dinamik matematik yazılımları ve kâğıt-kalem kullanılarak problem çözme süreçleri incelemiş, bu sürecin matematiksel düşünmenin alt bileşenleri için farklılaşp farklılaşmadığı araştırmıştır. Araştırmada, öncelikle öğrenciler hazırlanan 6 etkinliği kâğıt-kalem kullanarak çözmüş ardından 6 ders saati süresince dinamik matematik yazılımı eğitimi almışlardır. Eğitim sonrasında öğrencilerden aynı etkinliği kâğıt ve dinamik matematik yazılımı aracılığıyla çözmeleri istenmiş, süreç içerisinde yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Araştırma sonucunda, matematiksel düşünme süreçlerinin özelleştirme ve genelleme aşamasında katılımcı gruplarının ayırt edilmesinde kâğıt-kalem etkinliklerinin işlevsel olduğu, ancak dinamik matematik yazılımı sürecinin ayırt edici olmadığı görülmüştür. Varsayımda bulunma ve ispat aşamalarında ise yazılım sürecinin daha ayırt edici olduğu görülmüştür.

Baş (2019) orta öğretim öğrencilerinin matematiğe, matematiksel düşünme ve problem çözmeye yönelik tutumları arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. 448 ortaöğretim öğrencisi ile yapılan çalışmada matematiğe karşı ve matematiksel problem çözme tutum ölçekleri ile matematiksel düşünme ölçeği kullanılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin her üç değişkene yönelik tutumlarının orta düzeyin üzerinde olduğu, bu tutumlarının cinsiyete göre farklılaşmadığı ancak sınıf düzeyine göre farklılaştığı görülmüştür.

Durmuş Akgeyik (2019) betimsel araştırmasında, PISA-2015 uygulamasına katılmış olan Türk öğrencilerin matematik okuryazarlığı alt testinde gerçek yaşam durumlarını formülleştirme, matematiği kullanma ve yorumlama alt boyutlarındaki başarılarını çeşitli değişkenler açısından incelemiştir. Çalışma grubunu araştırmaya dâhil edilen kitapçıları alan 1919 öğrenci oluşturmuştur. Araştırma sonucunda, cinsiyete göre öğrenci başarıları gerçek yaşam durumlarını formülleştirme ve

yorumlama boyutunda erkek öğrenciler lehine, okul türüne göre incelenen tüm alt boyutlarda genel liseler lehine, istatistiki bölgeye göre tüm alt boyutlarda batı bölgeleri lehine anlamlı farklılıklar olduğu görülmüştür.

Kartal (2019) türev konusunda matematik öğrencilerinin matematiksel düşünme olanaklarını belirleyerek öğrencilerin matematiksel düşünme boyutlarını sınıflandırmayı amaçlamıştır. Araştırmanın örneklemi, Ankara’da bir devlet üniversitesinde analiz dersi alan 20 öğrenci ve ders öğretmeninden oluşmaktadır. Araştırmanın verileri; sınıf gözlemi, Türev Hakkında Düşünme Testi ve öğrenci görüşmeleri aracılığıyla toplanmıştır. Araştırma sonucunda türev konusunun öğrencilere biçimsel, belitsel, cebirsel, görüntüsel, algoritmik ve eylemsel düşünceler için olanak sağladığı, ayrıca öğrencilerin test maddelerini cevaplarken de aynı düşünme tiplerini kullandığı görülmüştür.

Sezer (2019) çalışmasında öğrencilerin cebirsel ve geometrik düşünme süreç becerilerini 6. sınıftan itibaren üç yıl boyunca inceleyerek, süreç içerisinde yapılan çalışmaların öğrencilerin zihinsel alışkanlık gelişimine etkisini belirlemeyi ve ayrı ayrı cebirsel ve geometrik alışkanlıklarının gelişimi arasında anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemeyi amaçlamıştır. Yapılan boyamsal araştırmanın örneklemini 58 öğrenci oluşturmaktadır. Öğrencilere ön test ve son test uygulanarak gelişimin nicel yönden analizi yapılmıştır. Öğrencilerde alışkanlık gelişiminin ayrıntılı analizini yapabilmek için toplam 10 öğrenciyle ikişerli odak grup görüşmeleri yapılmış ve kayıt altına alınmıştır. Araştırma sonucunda tasarlanan öğrenme ortamının öğrenci becerilerini geliştirdiği görülmüştür.

Superfine ve ark., (2019) öğretmen adaylarını çocukların matematiksel düşüncelerini fark ettiklerine dair kanıt sağlamada desteklediği görülen kolaylaştırma hareketlerini incelemiştir. 2009-2010 ve 2010-2011 eğitim öğretim yıllarında iki dönem boyunca devam eden çalışmada birinci dönem 24, ikinci dönem 28 öğretmen adayı çalışmaya dâhil olmuştur. Çalışmada daha büyük bir projeden bir veri alt kümesi kullanılarak özellikle iki dönem boyunca videolar üzerine yapılan tüm grup tartışmalarının transkriptleri veri kaynağını oluşturmaktadır. Araştırma sonucunda, öğretmen adaylarının videoları tartışırken kanıt kullanabildikleri ve video

tabanlı tartışmaların kolaylaştırılmasının daha yüksek seviyede dikkat çekmek için önemli olduğu görülmüştür.

Tosun (2019) 9. sınıf öğrencilerinin açıortay konusundaki matematiksel düşünme süreçlerini matematiksel düşünmenin çeşitli bileşenleri açısından incelemiştir. Araştırmanın örneklemini 2018-2019 eğitim öğretim yılında Ağrı ilinde öğrenim görmekte olan 25 dokuzuncu sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Verilerin toplanmasında görüşme ve döküman analizi yöntemleri kullanılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin matematiksel düşünmenin bileşenlerinden olan özelleştirme aşamasında sorun yaşamadıkları ancak genelleme aşamasında zorlandıkları görülmüştür. Öğrenciler varsayımda bulunma aşamasında başarılı olurken, doğrulama ve ikna etme aşamasında bu varsayımlarını kanıtlayamamışlardır.

Tüzün (2019) ilişkisel tarama modeli kullandığı araştırmasında ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme aşamaları ile matematik öz yeterlik düzeyleri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Araştırmanın örneklemini 2017-2018 eğitim öğretim yılında İstanbul'da bir devlet okulunda öğrenim gören 388 öğrenciden oluşmaktadır. Veri kaynağı çalışma yaprakları, matematiksel düşünme ve matematik öz yeterlik ölçeklerinden oluşmaktadır. Araştırma sonucunda öğrencilerin matematiksel düşünme ve matematik öz yeterlik puanları arasında pozitif yönlü orta düzeyde bir ilişki olduğu, matematik dersi dönem sonu puanlarının da bu değişkenlerle ilişkili olduğu görülmüştür.

Yılmaz (2019) üstün yetenekli öğrencilerin problem kurma süreçlerini matematiksel düşünme becerileri açısından incelemiştir. Araştırmanın örneklemini, BİLSEM'e kayıtlı ortaokul ve 9. sınıf seviyesindeki toplam 103 öğrenciden oluşmaktadır. Veriler çeşitli form ve ölçeklerle toplanmış, görüşmeler yapılmıştır. Araştırma sonucunda matematiksel düşünme beceri puanı daha yüksek olan öğrencilerin öğretim programındaki kazanım ve açıklamalara göre diğer öğrencilerden daha nitelikli problemler kurduğu görülmüştür.

Yiğit (2019), problem çözme süreci boyunca matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerini incelemiştir. Araştırmanın katılımcıları 2018-2019 eğitim-öğretim yılında Ankara'da bir üniversitede öğrenim gören 4 matematik öğretmeni adayından oluşmaktadır. Verilerin toplanmasında matematiksel düşünme

süreçlerinin tamamını kapsayacak 4 problem, yarı yapılandırılmış görüşmeler, araştırmacı gözlemi ve yazılı dökümanlar kullanılmıştır. Araştırma sonucunda katılımcıların matematiksel düşünmenin özelleştirme boyutunda zorlanmadıkları, bazı problem durumlarında genelleme yapabildikleri, varsayımlarını ifade edebildikleri, ancak ispat aşamasında zorlandıkları görülmüştür.

Bahadır (2020) aksiyon araştırması yöntemi kullandığı çalışmasında matematiksel düşünme etkinlikleri kullanımının öğrenme ortamına etkisini incelemiştir. Araştırmanın örneklemi Ordu ilinde bir ortaokulun 8. sınıfındaki 27 öğrenciden oluşmaktadır. Verilerin toplanmasında çalışma yaprakları, yarı yapılandırılmış görüşmeler, gözlemler ve matematiksel düşünmeye yönelik görüş ölçeği kullanılmıştır. Araştırma sonucunda, matematiksel düşünme etkinlikleri kullanımının sınıf içi etkileşimi artırdığı, matematiksel düşünme aşamalarında ilerlendikçe öğrenci başarısının azaldığı, yapılan etkinliklerin öğrenci görüşlerinde olumlu yansımaları olduğu görülmüştür.

Kaur (2020) dinamik geometri ortamları kullanımının küçük çocukların (5-6 yaş, anaokulu/1. sınıf) açı hakkında düşünceleri üzerindeki etkisini incelemiştir. Çalışmada, çocuklar bir interaktif beyaz tahta aracılığıyla doğrudan Sketchpad ile etkileşime girebilecekleri bir sınıf ortamında, açıyla ilgili bir geometri ünitesinin giriş bölümünü çalışmışlardır. Çocukların statik ve dinamik açı kavramlarını birleştirmede yaşadıkları zorluklar üzerine önceki araştırmaları genişleten bu çalışma, dönüş açısı ve şekil olarak açı kavramları arasında ilişki kurmanın bir yolunu sunmaktadır. Yapılan jestler ve hareket oyunlarının küçük çocukların açı kavramını geliştirmesinde önemli bir rol oynadığı görülmüştür.

Or (2020) 430 ortaokul öğrencisi ile yaptığı araştırmada öğrencilerin rutin ve rutin olmayan problemleri çözme becerilerini çeşitli değişkenler açısından incelemiş, problem çözme becerilerini algılama düzeylerini ölçmüştür. Veriler “Çocuklar İçin Problem Çözme Envanteri” ve “Rutin ve Rutin Olmayan Problem Formu” kullanılarak toplanmıştır. Araştırma sonucunda; öğrencilerin problem çözme becerilerini algılama puanının “arada sırada” düzeyinde olduğu, ulaşılan bu puan ile cinsiyet, sınıf düzeyi ve ders başarısı arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark

olmadığı görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin rutin problemleri çözmeye daha başarılı olduğu da ulaşılan sonuçlar arasındadır.

Sherman ve ark., (2020), 20 ders kitabı örneğini analiz ederek, teknoloji görevlerinin ortaöğretim matematik müfredatına nasıl entegre edildiğine dair sistematik bir analiz sunmuştur. Sonuçlar, tüm örnekleme görevlerinin yaklaşık %15'inin teknolojiyi içerdiğini ve bunların %21'inin teknolojiyi öğrencilerin matematiksel düşünmesinin yeniden düzenleyicisi olarak kullandığını göstermiştir. Ayrıca hesap makinelerinin kullanılan baskın teknoloji olduğu görülmüştür.

Akdoğan (2021), 1992-2019 yılları arasında matematiksel düşünme ve matematiksel muhakeme üzerine yazılmış tezleri incelemiştir. Araştırmanın örneklemini matematiksel düşünme üzerine yazılan 36 ve matematiksel muhakeme üzerine yazılan 17 lisansüstü tez oluşturmaktadır. Doküman analizi yöntemi ile yapılan çalışmada tezler; öğrenme ve inceleme alanları, üniversiteler, yıl, tür, örneklem, araştırma yöntemi, veri kaynağı ve analiz yöntemlerine göre incelenmiştir. Araştırma sonucunda; tezlerin çoğunluğunun yüksek lisans tezi olduğu, son yıllarda bu alanlarda daha fazla çalışma yapıldığı görülmüştür. Öğrenme alanlarına göre incelendiğinde; geometri ve ölçme matematiksel düşünme tezlerinde en çok çalışma yapılan alan olurken, matematiksel muhakeme üzerine yapılan tezlerde sayılar ve işlemler öğrenme alanının daha fazla tercih edildiği görülmüştür.

Coşkun ve ark., (2021) sınıf öğretmeni adaylarının kesirler bağlamında öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme konusundaki uzmanlıklarını incelemiştir. 32 sınıf öğretmeni adayından kesirlerle ilgili yazılı alıntılarda verilen öğrencilerin cevaplarını ve düşünme biçimlerini incelemeleri istenmiştir. Bulgular, sınıf öğretmeni adaylarının büyük çoğunluğunun tüm profesyonel fark etme becerilerinde (katılma, yorumlama ve nasıl yanıt vereceğine karar verme) en azından sınırlı bir düzeyde olduğunu göstermiştir.

Cui ve Ng (2021) blok tabanlı programlama yoluyla bir dizi problem çözme göreviyle meşgul olan 5. ve 6. sınıf (12-14 yaş) öğrencilerinden oluşan bir grubun yaşadığı zorlukları araştırmıştır. Zorluklar, matematik bağlamlarında bilgi işlemsel düşünme (CT) unsurlarının varlığına odaklanan bir taksonomiye göre analiz edilmiştir. Sonuçlar, öğrencilerin yaşadığı zorlukların, hem CT tabanlı ortamı



öğrenmek hem de bu ortamda matematiksel kavramları uygulama ve problem çözmek zorunda kalmalarıyla birleştiğini ortaya koymuştur. Bu çalışma, matematik eğitimini bilgi işlemsel düşünme ile zenginleştirmeye yönelik kanıta dayalı yönergeler sunmaktadır.

Gürtaş (2021) hem nitel hem nicel yöntemlerin kullanıldığı çalışmada rasyonel sayılar konusunda ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve problem çözme becerilerini incelemiştir. Araştırmanın örneklemi; 2021-2022 eğitim öğretim yılında Bingöl’de yedi farklı ortaokuldan 241 öğrenciden oluşmaktadır. Araştırmada öğrencilere MEB’in hazırladığı beceri temelli testlerden 12 soru sorulmuş, araştırmanın nicel kısmı verilerin SPSS programı ile analiz edilmesinden, nitel kısmı ise öğrenci işlemlerinden elde edilmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin matematiksel düşünme ve problem çözme becerilerinin istenen düzeyde olmadığı, katılımcılar cinsiyet, anne baba eğitim durumu, öğrenim gördükleri okullar, kitap okuma süreleri gibi değişkenler açısından incelendiğinde istatistiksel olarak anlamlı farklılıklar olduğu görülmüştür.

Kurt (2021) yarı deneysel desende tasarladığı çalışmasında 7. sınıf cebir öğrenme alanında 5E modeli ile yapılan öğretimin öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerine ve ders başarılarına etkisini incelemiştir. Araştırmanın örneklemi; Diyarbakır’da bir devlet okulunda öğrenimine devam eden 40 deney 40 kontrol grubu olmak üzere toplam 80 kişilik 7. sınıf öğrenci grubundan oluşmaktadır. Uygulama 6 hafta sürmüştür, araştırmanın verilerinin toplanmasında ‘Cebirsel İfadeler Öğretimine Yönelik Matematik Başarı Testi’ ve ‘Matematiksel Düşünme Ölçeği’ kullanılmıştır. Araştırma sonucunda, öğrencilerin matematiksel düşünme puan ortalamalarında deney grubu lehine anlamlı bir farklılık olduğu, öğrencilerin ders başarılarını artırdığı görülmüştür.

Türker Biber ve Yetkin Özdemir (2021), Ankara’da bir ortaokul matematik öğretmenin derslerinde gerçekleştirilen çalışmada öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerine yönelik öğretmen farkındalıkları ile fark etme stratejilerini incelemek amaçlanmıştır. Araştırma verileri öğretmenle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler, ders içi video kayıtları, öğrenci gözlemleri ve çalışmaları sonucu elde edilen dökümanlar aracılığıyla toplanmıştır. Araştırmanın sonucunda öğretmenin

öğrenci düşüncelerine yönelik farkındalıklarının; kavramsal anlama, işlemsel anlama ve matematiksel dil kullanımı olmak üzere üç kategoriden oluştuğu gözlemlenmiş ve çoğunlukla kavramsal anlama üzerine yoğunlaştığı görülmüştür.

Çeziktürk ve Hangül (2022), Geogebra programı aracılığıyla öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerini Öklid uzayı özelinde incelemiştir. Araştırmanın örneklemini 33 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Katılımcılardan yöneltilen açık uçlu bir soruyu Geogebra kullanarak cevaplamalarının istendiği araştırmada veriler döküman incelemesi yöntemiyle elde edilmiştir. Araştırma sonucunda katılımcıların yaklaşık yarısının farklı seçenekler üretmede yetersiz kaldığı ve soruya tek bir cevap verdikleri, %36'sının iki ve üç boyutlu düşünerek farklı seçenekler üretebildiği görülmüştür.

İncelenen bu araştırmalar sentezlendiğinde alanda çalışan araştırmacıların çalışma alanlarının aşağıdaki gibi olduğu görülmüştür:

Katılımcıların matematiksel düşünme düzeyleri belirlenmiştir (Akarsu Yakar, 2019; Alkan ve Bukova Güzel, 2005; Arslan ve İlkörücü, 2017; Arslan ve Yıldız, 2010; Baltacı, 2016; Baş, 2019; Bayazit ve Osmanoglu, 2017; Coşkun, 2012; Çelik ve ark., 2015; Demirtaş, 2018; Dickerson ve Pitman, 2016; Durmuş Akgeyik, 2019; Ersoy ve Güner, 2014; Göl, 2017; Gürtaş, 2021; Karakoca, 2011; Kartal, 2019; Keskin ve ark., 2013; Kocaman, 2017; Koyuncu, 2018; Köksal, 2019; Olgun, 2016; Sezer, 2019; Tosun, 2019; Tuncay, 2015; Tüzün, 2019; Yavuz Mumcu ve Aktürk, 2017; Yeşildere, 2006; Yeşildere ve Türnüklü, 2007; Yıldırım, 2015; Yıldırım, 2017; Yıldırım ve Yavuzsoy Köse, 2018; Yılmaz, 2019; Yiğit, 2019; Yorulmaz ve ark., 2018). Matematiksel düşünme düzeyini belirlemek için ölçek geliştiren çalışmalara ulaşılmış (Alkan ve Bukova Güzel, 2005; Bukova Güzel, 2008; Dalga, 2017; Ersoy ve Başer, 2013; Gavin ve ark., 2013), bunun yanında matematiksel düşünme düzeylerini geliştirmek için öğretim ortamları tasarlayan araştırmalar olduğu görülmüştür (Aygün, 2019; Bahadır, 2020; Bozkurt ve Polat, 2018; Bukova Güzel, 2008; Çelik ve ark., 2015; Çeziktürk ve Hangül, 2022; Kılıç ve ark., 2013; Kurt, 2021; Taşdemir ve Salman, 2016; Tataroğlu Daştan, 2014; Tuna, 2011; Tunç Pekkan ve Karatoprak, 2013; Yağdıran, 2018).

Katılımcıların matematiksel düşünme üzerine görüşlerini inceleyen çalışmalar (Alkan ve Tataroğlu Taşdan, 2011; Kükey, 2018; Öztürk, 2013; Tataroğlu Taşdan ve ark., 2013), ders planı geliştirme (Öztürk, 2013; Öztürk ve Akyüz, 2016), öğretmen farkındalığı araştırmaları (Baki ve Işık, 2018; Baş, 2013; Coskun ve ark., 2021; Fernandez ve ark., 2012; Fernandez ve ark., 2013; Fisher ve ark., 2018; Huang ve Li, 2012; Krupa ve ark., 2017; Lee ve Francis, 2018; McDuffie ve ark., 2014; Nickerson ve ark., 2017; Superfine ve ark., 2019; Türker Biber ve Yetkin Özdemir, 2021; Wager, 2014) ve derleme çalışmaları (Akdoğan, 2021) yapılmıştır. Ayrıca katılımcıların matematiksel düşünme düzeylerini geliştirecek çeşitli uygulamaların etkisini araştıran (Akçay ve Boston, 2018; Benton ve ark., 2018; Cui ve Ng, 2021; El-Demerdash ve ark., 2016; Fouze ve Amit, 2018; Henning ve ark., 2012; Hudson ve ark., 2015; Huscroft-D'Angelo ve ark., 2014; Kaur, 2020; Leatham ve ark., 2015; Lee, 2005; Rowlett, 2015; Schoenfeld, 2017; van Oers, 2010; Wager ve Parks, 2016), çocukların matematiğe dair kavramsal anlayış gelişimini destekleyen pedagojik bir çerçeve sunan (Fraivillig ve ark., 1999) ve ders kitabı analizi yapan (Sherman ve ark., 2020) çalışmalar olduğu görülmüştür.

Literatür taraması sonucunda matematiksel düşünme üzerine yapılan sadece bir derleme çalışmasına ulaşılmıştır ve bu çalışmada matematiksel düşünme ve matematiksel muhakeme üzerine yazılmış tezlerin incelendiği görülmüştür. Bu durum matematiksel düşünme üzerine yapılan çalışmaların yeni bir bakış açısıyla, sistematik olarak incelenmesinin faydalı olacağı kanaatini oluşturmuştur. Gerek yurt içinde gerek yurt dışında matematiksel düşünme üzerine birçok çalışma yapılmasına rağmen bu çalışmaların sistematik bir sentezinin yapılmadığı görüldüğünden bu araştırmanın literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

### 3. MATERYAL ve YÖNTEM

Bu çalışmada Web of Science veri tabanında 1990-2021 yılları arasında matematiksel düşünme ile ilgili yayınlanan makaleler bibliyometrik analiz yöntemi kullanılarak haritalandırılmıştır. VOSviewer yazılımı (van Eck ve Waltman, 2020) kullanılarak makaleler analiz edilmiş, ögeler, ögeler arasındaki ilişkiler ve kümeler hakkında istatistiksel bilgi sağlanmıştır. Elde edilen sonuçlar, ilgili terimleri, bunların oluşumlarını ve kümelenmelerini belirtmiştir. Bu çalışmada teorik bilgiyi gözlemlenebilenlerle ilişkilendirmek ve matematiksel düşünme ile ilgili yapıların temsili adına kanıt sunmak amaçlanmıştır.

#### 3.1 Bibliyometrik Analiz

“Bibliyo” ve “metri” kelimelerinin birleşmesiyle oluşan bibliyometri terimi kökeni Latince ve Yunanca kitap anlamına gelen “biblion” kelimesi ile ölçmek anlamındaki “metricus” kelimelerinin birleşimiyle türetilmiş bir terimdir (Sengupta, 1992).

Bibliyometri, gelişim süreci açısından incelendiğinde, ilk olarak Wyndham Hulme tarafından 1922 yılında kullanılan “istatistiksel bibliyografya” kavramının bibliyometri teriminin temelini oluşturduğu söylenebilir. Hulme tarafından istatistiksel bibliyografya kavramı “bilim ve teknolojiye dair süreçlerin yazılı belgelerin sayılması yoluyla aydınlatılması” amacıyla kullanılmıştır (Hulme, 1923). 1969 yılında Alan Pritchard istatistiksel bibliyografya ifadesinin yeterli olmadığını, istatistik bilimi ve istatistiğin bibliyografyası ile karıştırılabileceğini öne sürerek bibliyometri terimini ilk defa ortaya atmıştır. Bibliyometriyi; “yazılı iletişime ve bir disiplinin doğası ile gelişiminin gidişatına dair süreçlere, yazılı iletişimin çeşitli yönlerinin sayımı ve analizi yoluyla ışık tutmak” olarak tanımlamıştır (Pritchard, 1969).

Daha yakın tarihte yapılan tanımlamalara bakarsak; bibliyometrik analiz yayınlanmış malzemelerin (makaleler, incelemeler, kitaplar ve kitap bölümleri) istatistiksel değerlendirmesi olarak tanımlanır (Moya-Anegón ve ark., 2007), ilgili yayınların analizine dayanarak araştırılan alanların yapısını ve gelişimini inceler (Jing ve ark., 2015) biçimindeki tanımlara ulaşabiliriz.

Bibliyometrik analiz, matematiksel ve istatistiksel araçların (paket programlar, algoritmalar vs.) kullanımı ile araştırılan alandaki çalışma, yazar, ülke, kurum, dergi, anahtar kelime gibi öğelerin kullanım durumlarını ve birbirleriyle ilişkilerini sınıflandırma, sıralama ve ölçme yoluyla analiz etmek, inceleme alanındaki bilimsel etkileşimi ve eğilimi yansıtan ağları haritalama teknikleri ile görselleştirmektir (Şimşir, 2021).

Literatür incelemeleri, bir araştırma alanındaki genel durumu görmek, mevcut bilgileri bir araya toplamak, kategorilere ayırmak ve alandaki boşlukları belirlemek açısından önemlidir. Araştırma alanları belirli aralıklarla kategorize edilip, düzenlenmediğinde, alanda var olan bilgi birikiminin bir yığına dönmesi kaçınılmazdır (Kurutkan ve Orhan, 2018). Günümüzde bilgi birikiminin her geçen gün katlanarak arttığı da göz önüne alındığında literatür incelemeleri daha da önem kazanmıştır. Herhangi bir alanda literatür incelemesi yapmak isteyen araştırmacıların eskiye nazaran çok daha fazla veri tabanında tarama yapması gerekmektedir. Dolayısıyla bütün bunların geleneksel literatür incelemesi yöntemleriyle (narrative, meta-analiz gibi) yapılması, alanın eğiliminin, boşlukların, ihtiyaçların belirlenmesi çok zorlaşmıştır. Bu durum bir araştırma alanındaki tüm çalışmalarını bir arada görebilmeyi sağlayacak bir yöntem kullanmaya yönelik ihtiyaca neden olmuştur (Şimşir, 2021). Zupic ve Cater'a (2015) göre yüzlerce hatta binlerce çalışmanın bibliyometrik yöntem kullanılarak derinlemesine incelemesi yapılabilmektedir. Bu kapsamda, bibliyometrik analiz son yıllarda araştırmacılar arasında kullanımı oldukça yaygınlaşan araçlardan birisi olmuştur.

Bibliyometrik yöntem kullanımı alanın haritalandırılmasını ve görsellerle desteklenmesinin sağlaması açısından da oldukça kullanışlıdır. Alanın haritalandırılması; herhangi bir alanda çalışmaya yeni başlayacak olan araştırmacılara alandaki yapıyı kavramalarında yardımcı olduğu gibi aynı zamanda geleneksel literatür taraması yöntemlerine nicel açıdan titizliği de dâhil eder (Öztürk ve Gürler, 2021).

Alanyazında yapılan taramaların tarafsızlığını artıran bibliyometrik yöntem, araştırmacılara çalışmalarının literatüre katkısı hakkında bilgi verebileceği gibi alandaki diğer araştırmacıların hangi tür çalışmalara odaklandığının da görülmesini

sağlar. Bibliyometrik analiz sonucu elde edilen veriler kümelendiğinde alandaki yapılar ve sosyal ağlar ortaya çıkarılmış olur. Bu harita daha özel ve derinlemesine inceleme yapılması gereken araştırma konularını da göstermektedir. Daha derin incelenmesine karar verilen bu araştırma konuları geleneksel literatür inceleme yöntemleri ve içerik analizleriyle kapsamlı olarak ele alınabilir. Dolayısıyla bibliyometrik analiz yönteminin diğer incelemelerin yerini aldığı değil onlar için bir tamamlayıcı rol üstlendiği ifade edilebilir. Dergi editörleri açısından bakıldığında; geçmişteki yayınların değerlendirilmesine, yeni yol haritaları çizilmesine ve karar verilmesine de katkı sağlar (Zupic ve Cater, 2015).

Bibliyometrik yöntemin alanyazına katkı sağlayacak birçok avantajının yanında bir takım sınırlılıkları da vardır. Bibliyometrik yöntem bize belirli kriterlere göre sınırladığımız veri setine dair fikir verebilir. Oldukça şeffaf bir yöntem olmasına rağmen veri setine dâhil edilmeyen çalışmalar nedeniyle ilgili literatürün temsil edilmesi konusunda bazı sınırlılıkları vardır. Ayrıca bibliyometrik çalışmalar çok sayıda veriyi aynı anda analiz ettiği için çalışmalar ve sonuçları konusunda bize detaylı bilgi vermemektedir. Bu nedenle bu çalışmada bibliyometrik analiz kullanılarak haritalar elde edildikten sonra oluşan ağlar ayrıca detaylı olarak incelenmiştir.

### **3.1.1 Bibliyometrik Analiz Yöntemleri**

Verilerin bibliyometrik olarak analiz edilmesini sağlayan çeşitli yöntemler vardır. Burada bibliyometrik araştırmalar için kullanılan başlıca analiz yöntemlerinden bahsedilmektedir.

*Atıf analizi (Citation analysis):* Çalışmaların etki gücü konusunda bilgi veren atıf analizi ilgili çalışmaların diğer yazarlar tarafından kaynak gösterilmesini temel alır (Osca-Lluch ve ark., 2009). Atıf analizi, daha fazla sayıda atıf alan çalışmanın ilgili alandaki araştırmacılar tarafından önemli görüldüğü varsayımına dayanmaktadır (Üsdiken ve Pasadeos, 1995). Bu analiz inceleme yapılan alanda en çok kaynak gösterilen çalışmalar, yazarlar, kurumlar, dergiler ve ülkelerin belirlenmesini sağlamaktadır (Bağış, 2021).

*Ortak atıf analizi (Co-citation analysis):* Ortak atıf analizi, herhangi iki çalışmanın, yazar ya da derginin birlikte aynı çalışmada alıntılanma sıklığını

göstermektedir. Birlikte fazla sayıda atıf alan yazar, çalışma ya da dergi arasında güçlü ilişkiler olduğu varsayımına dayanmaktadır (Small, 1973). Dolayısıyla bu varsayımına göre iki yayın birlikte ne kadar çok atıf alırsa bu yayınların birbirleriyle ilişkili olma ihtimali de o kadar fazladır (Bağış, 2021).

*Ortak yazar analizi (Co-author analysis):* Ortak yazar analizi bir çalışmanın iki ya da daha fazla yazar tarafından üretilmesini içermekte ve araştırmacıların bilimsel makaleler üzerinde yaptıkları işbirlikleri sonucunda oluşan sosyal ağları incelemektedir (Acedo ve ark., 2006). Daha fazla ortak çalışma yapılması ilgili yazarlar arasında güçlü bir sosyal bağı işaret etmektedir. Ortak yazar analizi ile yazarlar, yazarların kurumları ve ülkeleri arasındaki iş birliklerinin gücü incelenebilmektedir.

*Ortak kelime analizi (Co-word analysis):* Ortak kelime analizi, bir alanda yapılmış olan çalışmaların başlık, özet ve anahtar kelimelerinde bulunan kavramlar ve kelimeler arasındaki ilişkiyi incelemektedir (Pupo ve Guerras-Martin, 2012). İki anahtar kelimenin bir araştırma alanındaki farklı makalelerde birlikte yer alması o kelimeler arasında bir bağlantı olduğunu göstermektedir. Analiz, farklı makalelerde anahtar kelimelerin birlikte görülme sıklığının, bu anahtar kelimeler tarafından temsil edilen anlamların yakın ilişkili olduğunu gösterdiği varsayımına dayanır (Hu ve Zhang, 2015). Ortak kelime analizi kullanılarak kelimeler arasındaki bağlantıların ortaya çıkarılması araştırılan alanda çalışılan alt konuların belirlenmesini de sağlar. Bunun sonucunda kelimeler arasındaki ilişki gücünün belirlenmesi ile belirli bir çalışma alanındaki kalıplar ve eğilimler ortaya çıkarılabilir (Öztürk, 2020). Bu sayede ortak kelime analizi ile bir alandaki başlıca araştırma konuları ve temalar belirlenebilmektedir (Bağış, 2021).

Aşağıda VOSviewer programı kullanılarak yapılan analizler sonucunda oluşturulan ve çalışmada kullanılan görselleştirme türlerinden incelenen literatür (Çevik, 2021; van Eck ve Waltman, 2020) doğrultusunda bahsedilmektedir.

*Ağ Görselleştirme (Network Visualization):* Yapılan bibliyometrik analiz sonucunda ulaşılan anahtar kelimeler arasındaki işbirliği ve bağlantıların güçlerini ifade eden kümelenmiş haritadır. Ağ görselleştirme haritası, her biri analize konu olan anahtar kelimeleri temsil eden dairelerden ve bu daireleri birleştiren çizgilerden

oluşmaktadır. Bir anahtar kelimenin frekansı ne kadar büyükse daire ve etiketi de o kadar büyük olmaktadır. Çizgiler ise iki anahtar kelime arasındaki ilişkiyi gösterirken aynı zamanda anahtar kelimeler arasındaki ilişkini yoğunluğuna göre kalınlaşıp incelererek bu ilişkinin gücünü de göstermektedir.

*Katman Görselleştirme (Overlay Visualization):* Ögelerin konumlandırmasının (anahtar kelimeler) ağ görselleştirme ile aynı olduğu ancak belli bir ölçüte göre renklendirmenin yapıldığı analiz sonucudur. Bu ölçüt çalışmada yayın yılı olarak belirlenmiştir. Yapılan katman görselleştirmesinde; verilen ölçeğe göre her bir periyot belirli bir renk ile temsil edilmektedir. Burada dairelerin rengi ilgili anahtar kelimelerin kullanıldığı çalışmaların yayın yılını göstermektedir.

*Yoğunluk Görselleştirme (Density Visualization):* Ögelerin frekans yoğunluğuna bağlı olarak ısı haritasını oluşturan görselleştirme (Çevik, 2021). Bu görselleştirmede ögelerin konumları önceki görselleştirme türleri ile aynıdır. Ancak bu görselleştirme ögelerin birbirleriyle ilişkilerine değil, yapılan analiz türüne göre belirli bir ölçütte ögelerin yoğunluğuna odaklanmaktadır. Ögeleri yoğunluklarına (frekanslarına) göre renklendiren bu görselleştirmede en düşük yoğunluk yeşil, orta yoğunluk sarı ve en yüksek yoğunluk kırmızı renk ile gösterilmektedir.

### 3.2 Araştırmanın Tasarımı

Araştırmanın tasarımında Gökçe ve Güner (2021), Gökçe ve Güner (2022) ve Güner ve Gökçe (2021) tarafından geliştirilen çerçeve kullanılmıştır. Buna göre araştırma Şekil 3.1’de görüldüğü gibi keşif, görselleştirme, isimlendirme ve doğrulama olmak üzere dört aşamadan oluşmaktadır.



Şekil 3. 1 Araştırmanın Tasarımı

İlk aşama olan keşif aşaması WoS veri tabanında bulunan makalelerde ‘mathematical thinking’ ifadesiyle yapılan taramayı, görselleştirme aşaması, VOSviewer programı aracılığıyla matematiksel düşünme ile ilişkili terimlerin kümelenmelerini içeren sonuçları kapsamaktadır. Tanımlama aşaması, kümelenmeler



sonucu oluşan ağların isimlendirilmesini içermektedir. Doğrulama aşamasında ise oluşan bilişsel yapı için araştırmaya dâhil edilen yayınlardan kanıtlar sunulmuştur. Bu çalışmada 1990-2021 yılları arasında matematiksel düşünme üzerine yayınlanan makalelerin genel eğilimlerinin belirlenebilmesi için bibliyometrik analiz ile elde edilen sonuçlar ve makaleler üzerine yapılan incelemeler birlikte yorumlanmıştır.

### 3.3 Veri Toplama

WoS veri tabanında topic (başlık, özet, anahtar kelime) üzerinden “mathematical thinking” ifadesi kullanılarak yapılan tarama sonucunda matematiksel düşünme üzerine yürütülen 1423 adet çalışmaya ulaşılmıştır. Çizelge 3.1’de belirtilen kriterler uygulandığında araştırmaya dâhil edilen makale sayısı 668 olmuş, bu makaleler ile çalışmaya devam edilmiştir. WoS veri tabanında matematiksel düşünme üzerine ulaşılabilen ilk makalenin 1980 yılında yayınlandığı görülmüştür. Ancak 1980-1990 yılları arasında yayınlanan toplam 5 adet makalenin anahtar kelimelerine ulaşılamadığından araştırmanın başlangıç tarihi olarak 1990 yılı seçilmiştir.

#### Çizelge 3. 1 Tarama Kriterleri

Kriterler	
Veri tabanı	Web of Science
Arama terimi	“mathematical thinking”
Yayın yılı	Ocak1990 - Aralık 2021
Döküman türü	Makale
Dil	İngilizce

### 3.4 Verilerin Analizi

Verilerin analizine WoS sistemi üzerinden yapılan betimsel analizlerle başlanmıştır. Sonrasında yapılan bibliyometrik analizler için VOSviewer yazılımı kullanılmıştır. WoS veri tabanından elde edilen makalelere ait veriler VOSviewer yazılımına aktarılarak bibliyometrik analizler yapılmış, haritalandırmalar elde edilmiştir. Yapılan analizler ortak kelime ve atıf analizleridir. Ortak kelime analizi öncesinde aynı ya da benzer anlama gelen terimler üzerinde gerekli düzenlemeler/birleştirmeler uygulanmıştır. Örneğin; student mathematical thinking, student thinking ve students’ mathematical thinking anahtar kelimeleri için veri dosyası üzerinde düzenlemeler yapılarak student mathematical thinking etiketi

kullanılmıştır. Anahtar kelimeler tez içerisinde italik şekilde gösterilmiştir. VOSviewer üzerinden görsellerin elde edilmesi sürecinde, ağ görselleştirme, katman görselleştirme ve yoğunluk görselleştirme kullanılmıştır. Bu bölüm çalışmanın görselleştirme aşamasını oluşturmaktadır.

İsmlendirme aşamasında bir önceki aşamada elde edilen ağ görselleştirmeleri kullanılarak oluşan bu ağlar genel özellikleri ve eğilimleri dikkate alınarak isimlendirilmiştir. Bu süreçte öncelikle her bir kümede ortaya çıkan yüksek frekanslı anahtar kelimeleri içeren çalışmalara ulaşılarak amaç cümleleri ve özetleri incelenmiştir. Yapılan incelemeler sonucunda aynı kümede yer alan anahtar kelimeleri kullanan çalışmaların aynı zamanda ortak bir eğilime sahip olduğu görülmüş ve çalışmaların odaklandıkları bu alan baz alınarak kümelerin isimlendirilmesi yapılmıştır.

Kanıt aşamasında ise yapılan bu isimlendirmeye incelenen makaleler aracılığıyla kanıtlar sunulmuş, her ikisi birlikte yorumlanmıştır.

### **3.5 Geçerlik ve Güvenirlik**

Geçerlik amaçlanan ölçmenin başka değişkenler karıştırılmadan ne derece doğru gerçekleşebildiğini gösterirken güvenilirlik ise yapılan ölçmenin hatalardan uzak olmasıdır (Büyüköztürk ve ark., 2017). Bir araştırmada geçerliğin araştırmacının çalışmayı olabildiğince objektif bir şekilde gözlemesi yoluyla sağlandığı söylenebilir. Araştırma sırasında detaylıca ele alınan veri veya konuların bir fikir haritası oluşturabilmesi sürecinde elde edilen verilere ek olarak katılımcı teyidi, meslektaş teyidi veya uzman incelemesi gibi bazı yöntemlerin kullanılması gerekebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Miles ve Huberman (1994) araştırmalarda elde edilen bulgular ve sonuçların doğruluğunu konu edinen iç geçerliğin sağlanması için; bulguların kendi içinde tutarlı ve anlamlı olması gerektiğini işaret etmektedir. Ayrıca bulguları teyit etmede kullanılan belirli bir kural ya da yöntemin olması, şeffaflığı olmayan veri ya da olayların belirlenmesi, bulgulardan yola çıkılarak yapılan tahmin ve genellemelerin elde edilen verilerle örtüşmesi gerektiğine dikkat çekmiştir. Bu bağlamda çalışmanın iç geçerliğinin sağlanabilmesi için araştırmada incelenmiş olan makalelerin hangi kriterlere göre seçildiği, verilerin toplam kaç makaleden oluştuğu, veri toplama yöntemi detaylı bir şekilde sunulmuştur. Yapılan

isimlendirmenin tutarlılığını sağlamak için ‘doğrulama’ aşamasında kanıtlar sunulmuştur.

Araştırma sonuçlarının genellenebilirliği ile ilişkili olan dış geçerlik ise araştırma sonuçlarının benzer ortamlara ve durumlara genellenebilmesini gerektirir (Guba & Lincoln, 1982; Şencan, 2005). Miles ve Huberman (1994) dış geçerliğin sağlanması için; örneklemin başka örneklerle karşılaştırma yapılabilecek şekilde ayrıntılı olarak tanımlanması, örneklemin genellemeye olanak sağlayacak ölçüde çeşitlendirilmesi, bulguların başka araştırmalarda test edilebilmesi için gerekli açıklamaların yapılması, bulguların benzer ortamlarda kolayca test edilebilir olmasına dikkat edilmesi gerektiğini belirtmiştir. Bu kapsamda araştırmanın verileri, tasarımı, başka araştırmacıların inceleyebilmesi için araştırmanın yürütülme süreci açık bir şekilde belirtilmiştir.

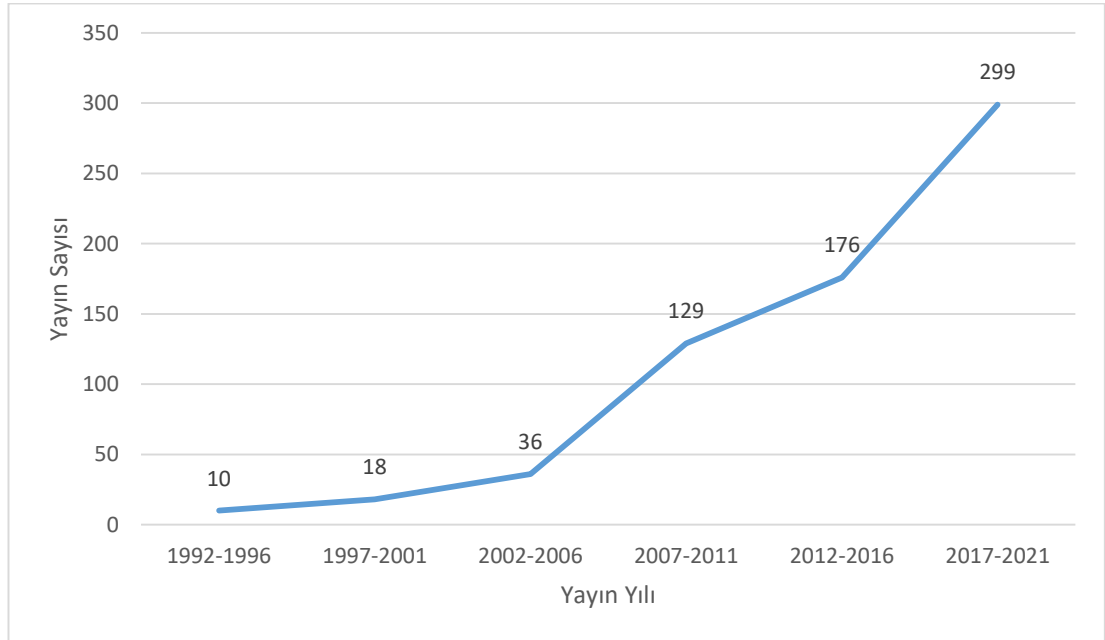
Diğer taraftan güvenilirlik araştırma sonuçlarının yinelenbilmesini konu edinir. Bu durum araştırmanın dış güvenilirliğini sağlar. İç güvenilirlik için ise elde edilen verilerin analizinde başka bir araştırmacının teyidini alınabilir. Önceden oluşturulan ve ayrıntılı olarak tanımlanan bir kavramsal çerçeveye dayalı olarak yapılan veri analizi de iç güvenilirliği zenginleştirmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Araştırmada güvenilirliğin sağlanabilmesi için araştırmanın ‘isimlendirme’ aşamasında oluşan ağlar adlandırıldıktan sonra uzman görüşü alınmıştır. Veri analizi süreci açık bir şekilde aktarılmıştır.

## 4. BULGULAR

Araştırma sonucunda elde edilen bulgular, araştırmanın tasarımında belirtilen aşamalara uygun olarak verilmektedir.

### 4.1 Keşif

WoS veri tabanında “mathematical thinking” ifadesi ile yapılan tarama sonucunda ulaşılan makaleler üzerinde yapılan betimsel analizler bu bölümde verilmektedir. İlk olarak ulaşılan makalelerin sayısında yıllara göre nasıl bir değişim olduğu incelenmiştir. Şekil 4.1 de 1992-2021 yılları arasında makale sayıları beşer yıllık periyotlar halinde sunulmaktadır.



**Şekil 4. 1** Matematiksel Düşünme Üzerine Yayınlanan Makalelerin Yıllara Göre Dağılımı

Şekil 4.1 incelendiğinde WoS veri tabanından ulaşılabilen matematiksel düşünme üzerine yapılan çalışmaların her beş yıllık periyotta bir öncekine göre artış gösterdiği görülmektedir. İkinci ve üçüncü periyotlarda makale sayılarının yaklaşık olarak bir önceki periyodun iki katına çıktığı, dördüncü periyotta bir öncekinin yaklaşık 3.5 katına, son iki periyotta ise bir öncekinin yaklaşık 1.5 katına çıktığı görülmektedir. Artış oranları değişse de incelenen süre içerisinde çalışma sayılarının genel anlamda arttığı gözlenmektedir.

İkinci olarak matematiksel düşünme üzerine yayınlanan makalelerde en sık kullanılan anahtar kelimeler tespit edilmiş ve Çizelge 4.1 de sunulmuştur:

**Çizelge 4. 1** Sık Kullanılan Anahtar Kelimeler

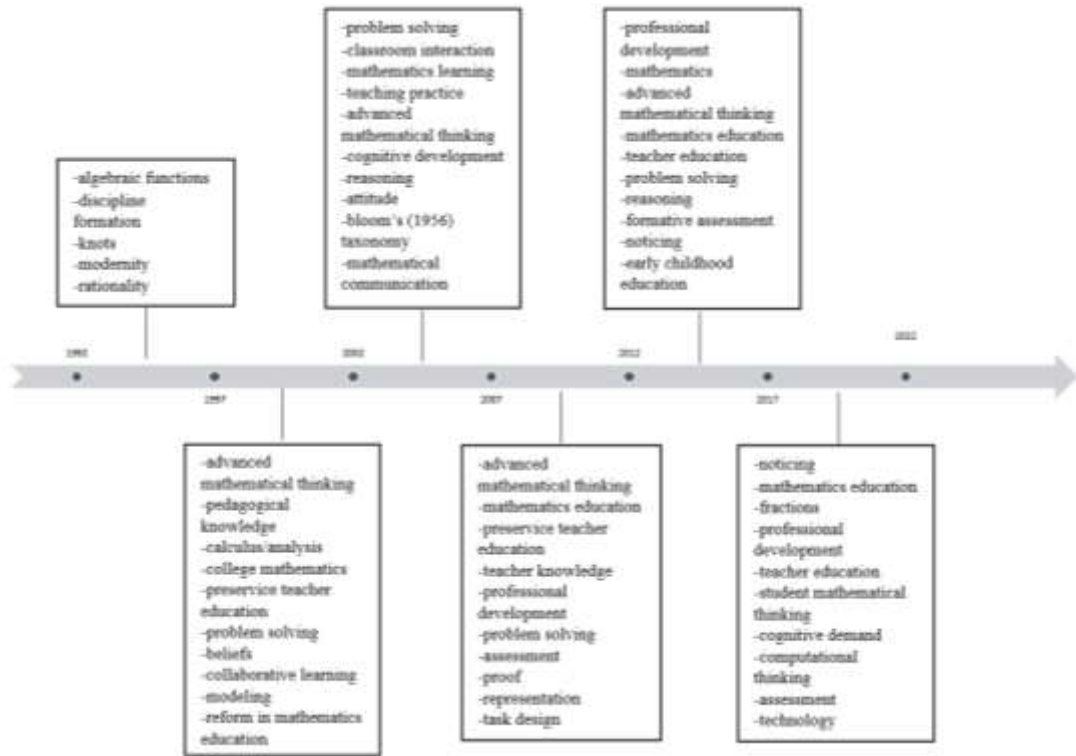
<b>Anahtar Kelime</b>	<b>Frekans</b>	<b>Anahtar Kelime</b>	<b>Frekans</b>
mathematics	48	reasoning	14
noticing	41	assessment	13
mathematics education	39	preservice teacher education	13
student mathematical thinking	37	technology	12
problem solving	30	mathematics teaching	11
advanced mathematical thinking	26	fractions	10
teacher education	18	task design	9
teacher learning	16	cognitive demand	8
teacher knowledge	15	reflection	8

En sık kullanılan anahtar kelimeler araştırıldığında sayıca en fazla makalede karşımıza çıkan anahtar kelimenin ‘matematiksel düşünme’ olduğu görülmüştür. Ancak bu anahtar kelimenin belirleyici etkisinin çok az olduğu düşüncesiyle tabloda yer verilmemiştir.

Çizelge 4.1 incelendiğinde matematiksel düşünme üzerine yazılan makalelerde en sık kullanılan anahtar kelimelerin; *matematik* (mathematics), *fark etme* (noticing), *matematik eğitimi* (mathematics education), *öğrenci matematiksel düşünmesi* (student mathematical thinking) olduğu görülmektedir. *Problem çözme* (problem solving), *ileri matematiksel düşünme* (advanced mathematical thinking), *öğretmen eğitimi* (teacher education), *öğretmen öğrenmesi* (teacher learning), *öğretmen bilgisi* (teacher knowledge), *akıl yürütme* (reasoning), *değerlendirme* (assessment), *aday öğretmen eğitimi* (preservice teacher education), *teknoloji* (technology), *matematik öğretimi* (mathematics teaching), *kesirler* (fractions), *görev*

*tasarımı* (task design), *bilişsel talep* (cognitive demand) ve *yansıtma* (reflection) anahtar kelimelerinin de sık kullanılan anahtar kelimelerden olduğu görülmektedir.

Matematiksel düşünme konulu makalelerde en sık kullanılan anahtar kelimeler yukarıda bahsedildiği gibi olsa da bu anahtar kelimelerin zamana bağlı olarak ortaya çıkış tarihlerinin de matematiksel düşünme konulu çalışmaların eğilimi hakkında daha ayrıntılı bilgi vereceği düşünülmektedir. Bu nedenle her beş yıllık periyotta ortaya çıkan ilk 10 anahtar kelime bir zaman çizelgesi aracılığıyla sunulmuştur.



**Şekil 4. 2** Sık Kullanılan Anahtar Kelimeler İçin Zaman Çizelgesi

Şekil 4.2 matematiksel düşünme konulu makalelerde kullanılan anahtar kelimelerin zaman içindeki değişimini göstermektedir. *Matematik eğitimi* (mathematics education), *problem çözme* (problem solving), *değerlendirme* (assessment), *öğretmen eğitimi* (teacher education) gibi anahtar kelimelerin bazılarının ilk on içinde olmasa da bütün periyotlarda karşımıza çıktığı görülmektedir. 1992-1997 yılları arasında yapılan çalışmalardan yalnızca bir tanesinin anahtar kelimelerine ulaşılabildiği görülmüştür. 1997-2001 yıllarında ilk sıralarda karşımıza çıkan anahtar kelimelerin *ileri matematiksel düşünme* (advanced

mathematical thinking), *üniversite matematiği* (college mathematics) ve *aday öğretmen eğitimi* (preservice teacher education) olması bu yıllarda çalışmaların daha büyük yaş grubuna odaklandığını düşündürmektedir. Ayrıca *problem çözme* (problem solving), *inançlar* (beliefs), *işbirlikçi öğrenme* (collaborative learning), *modelleme* (modeling) ve *matematik eğitiminde reform* (reform in mathematics education) da dikkat çeken anahtar kelimeler arasındadır. 2002-2006 yıllarında *sınıf etkileşimi* (classroom interaction), *öğretmenlik uygulaması* (teaching practice), *bilişsel gelişim* (cognitive development), *akıl yürütme* (reasoning), *tutum* (attitude), *matematiksel iletişim* (mathematical communication) ve *Bloom (1956) taksonomisi* (bloom's (1956) taxonomy) öne çıkan anahtar kelimelerden olmuştur. Ulaşılan veriler bu periyotta sınıf içi etkileşim ve matematiksel dil kullanma ile ilgili çalışmaların ön planda olduğunu düşündürmektedir. 2007-2011 yılları arasında önceki dönemlerden farklı olarak *öğretmen bilgisi* (teacher knowledge), *mesleki gelişim* (professional development), *değerlendirme* (assessment), *kanıt* (proof), *temsil* (representation) ve *görev tasarımı* (task design) sık kullanılan ilk 10 anahtar kelime arasında karşımıza çıktığı görülmektedir. 2012-2016 yılları arasında *biçimlendirici değerlendirme* (formative assessment), *fark etme* (noticing) ve *erken çocukluk eğitimi* (early childhood education) anahtar kelimelerin ilk olarak sık kullanılanlar arasında olduğu gözlenmiştir. 2017-2021 arasındaki beş yıllık periyotta, önceki dönemde karşımıza çıkan *fark etme* (noticing) anahtar kelimesinin burada ilk sırada olması dikkat çekmektedir. Ayrıca *bilişsel talep* (cognitive demand), *bilgi işlemsel düşünme* (computational thinking) ve *teknoloji* (technology) anahtar kelimelerinin de ilk kez ilk 10 anahtar kelime arasında yer aldığı görülmektedir.

Sonrasında WoS veri tabanından ulaşılan matematiksel düşünme konulu makale sayısına göre ilk 10 ülkenin sıralaması araştırılmıştır. Elde edilen bulgular Çizelge 4.2 deki gibidir.

**Çizelge 4. 2** Matematiksel Düşünme Konulu Makalelerde İlk 10 Ülke ve Atıf Sayıları

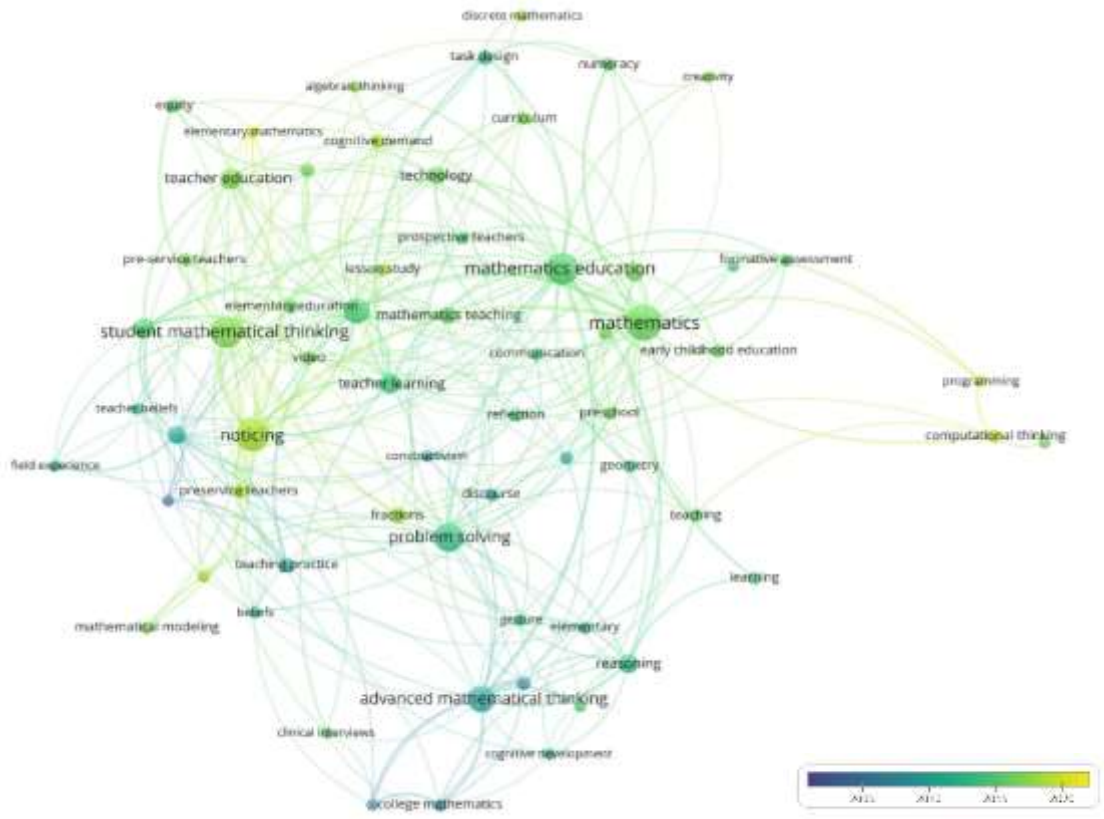
Sıra	Ülke	Frekans	Atıf Sayısı	Yayın Başına Ortalama Atıf Sayısı
1	ABD	315	8623	27.37
2	Avustralya	42	375	8.92
3	Türkiye	39	134	3.43
4	İngiltere	34	430	12.64
5	Almanya	26	175	6.73
6	Kanada	23	165	7.17
7	İsrail	23	303	13.17
8	Yeni Zelanda	22	228	10.36
9	Hollanda	18	204	11.33
10	Çin	18	90	5

Matematiksel düşünme konulu makalelerde yayın sayılarına göre yapılan sıralamada ilk sırada 315 adet makale ile ABD'nin olduğu görülmektedir. İkinci ve üçüncü sıralarda Avustralya ve Türkiye gelmektedir. Listenin onuncu sırasında ise 18 makale ile Çin'in olduğu görülmektedir. Ancak yayın başına ortalama atıf sayılarına bakıldığında daha farklı bir sıralama karşımıza çıkmaktadır. Bu sıralamada liderliği ABD korurken, ikinci ve üçüncü sırada İsrail ve İngiltere gelmektedir. Atıf sayısı açısından bakıldığında üçüncü sırada olan Türkiye'nin yayın başına ortalama atıf sayısında onuncu sırada yer aldığı anlaşılmaktadır.

#### 4.2 Görselleştirme

Görselleştirme aşamasında VOSviewer programı aracılığıyla, matematiksel düşünme konulu makalelerde kullanılan anahtar kelimelerin ilişki ağlarının ortaya çıkarılması amaçlanmaktadır. Bunun için ilk olarak 2002-2021 yılları arasındaki çalışmaların katman görselleştirmesi elde edilmiştir. 2002 yılı öncesinde çalışma sayıları düşük olduğundan bu çalışmalar görselleştirmeye dâhil edilmemiştir.





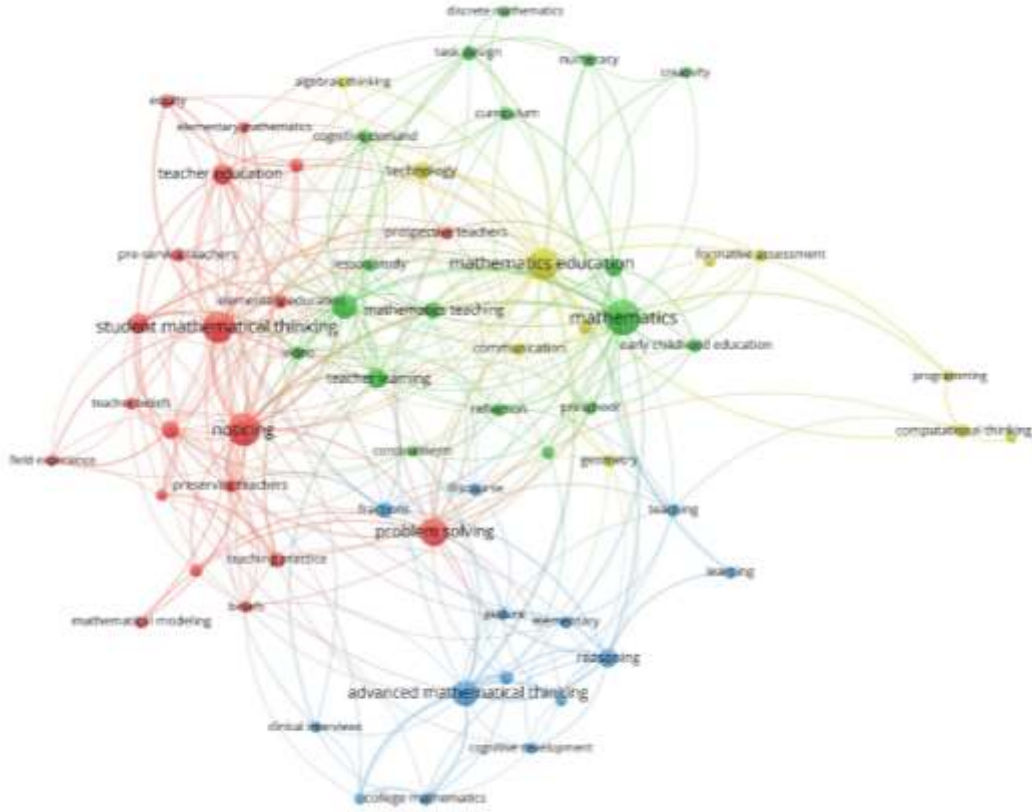
**Şekil 4. 3** Matematiksel Düşünme ile İlişkili Anahtar Kelimelerin Katman Görselleştirmesi

Şekil 4.3 matematiksel düşünme üzerine yapılan çalışmalarda 2002-2021 yılları arasında kullanılan anahtar kelimelerin yıllara göre değişen renklerle görselleştirilmesidir. Haritada 2002 yılı civarında ortaya çıkan anahtar kelimeler koyu mavi renk ile temsil edilirken, 2021 yılına yaklaşıldıkça sırasıyla yeşil ve sarı renklerine dönüşmektedir. Harita incelendiğinde rengi koyu maviye en yakın olan anahtar kelimelerin *pedagojik bilgi* (pedagogical knowledge), *yapılandırmacılık* (constructivism), *kanıt* (proof), *üniversite matematiği* (college mathematics), *aday öğretmen eğitimi* (preservice teacher education), *ileri matematiksel düşünme* (advanced mathematical thinking), *söylem* (discourse) gibi ifadeler olduğu gözlenmektedir. Bu anahtar kelimelerin 2005 yılı civarında daha yoğun kullanıldığı görülmektedir. *Yaratıcılık* (creativity), *teknoloji* (technology), *problem çözme* (problem solving), *iletişim* (communication), *mesleki gelişim* (professional development), *erken çocukluk eğitimi* (early childhood education), *video*, *soyutlama* (abstraction), *akıl yürütme* (reasoning) gibi anahtar kelimelerin ise yeşil renkte



mathematical thinking), *fark etme* (noticing), *öğrenci matematiksel düşünmesi* (student mathematical thinking), *mesleki gelişim* (professional development) gibi ifadeler olduğu görülmektedir.

Üçüncü olarak yapılan ağ görselleştirme ile kullanılan anahtar kelimeler arasındaki bağlantılar ve ilişki ağları gözlemlenmiştir.



**Şekil 4. 5** Matematiksel Düşünme ile İlişkili Anahtar Kelimelerin Ağ Görselleştirme

Ağ görselleştirme haritasında her bir daire bir anahtar kelimeyi temsil etmektedir. Daha sık kullanılan anahtar kelimeler daha büyük dairelerle temsil edilirken, daha az kullanılan anahtar kelimeler daha küçük dairelerle temsil edilmektedir. Her bir daireyi birbirine bağlayan çizgiler ise iki anahtar kelime arasındaki bağlantı gücünü göstermektedir. Aralarında daha güçlü bağlantı olan iki anahtar kelime arasındaki çizgi daha kalınken daha zayıf bağlantıya sahip anahtar kelimeleri birleştiren çizgi daha incedir. Ayrıca birbiriyle daha yakından ilişkili olan anahtar kelimeler birbirine daha yakın konumlanır. Şekil 4.5 incelendiğinde anahtar

kelimelerin dört kümeye ayrıldığı görülmektedir. Sarı, kırmızı, mavi ve yeşil ile gösterilen kümeler, anahtar kelimelerin birlikte kullanılma sıklığına göre oluşmuştur. Daireler arasındaki ilişkide olduğu gibi, birbirleriyle daha yakından ilişkili olan kümeler de birbirlerine daha yakın konumlanmıştır. Bir sonraki bölümde her bir kümede yer alan anahtar kelimelerin eğilimlerine göre yapılan isimlendirme sunulmaktadır.

### 4.3 İsimlendirme

Bu aşamada, bir önceki görselleştirme aşamasında ortaya çıkan kümeler isimlendirilmiş, her bir kümeyi açıklayan bilgiler Çizelge 4.3’de verilmiştir.

**Çizelge 4. 3** Kümelerin İsimlendirilmesi

Renk	Küme Adı	Sık Kullanılan Anahtar Kelimeler
<b>kırmızı</b>	fark etme	noticing (41), student mathematical thinking (37), problem solving (30), teacher education (18), teacher knowledge (15), preservice teacher education (13), teaching practice (9), preservice teachers (8), equity (7), mathematical modeling (6)
<b>yeşil</b>	geliştirme	professional development (25), teacher learning (16), assessment (13), mathematics teaching (11), task design (9), video (8), curriculum (8), cognitive demand (8), reflection (8), numeracy (7)
<b>mavi</b>	ileri matematiksel düşünme	advanced mathematical thinking (26), reasoning (14), fractions (10), proof (7), teaching (6), college mathematics (6), discourse (6), calculus (5), clinical interviews (5), cognitive development (5)
<b>sarı</b>	teknoloji	mathematics education (39), technology (12), algebra (7), computational thinking (7), geometry (6), formative assessment (6), communication (6), programming (5), classroom discourse (5), abstraction (5), algebraic thinking (5)

Çizelge 4.3’ de görüldüğü gibi kırmızı renkli küme öğrencilerin matematiksel düşünmesinin fark edilmesi, ortaya çıkarılması ile ilgili çalışmalarını içerdiğinden “fark etme” olarak isimlendirilmiştir. Bu kümede sık kullanılan anahtar kelimelerin *fark etme* (noticing), *öğrenci matematiksel düşünmesi* (student mathematical thinking), *problem çözme* (problem solving), *öğretmen eğitimi* (teacher education), *öğretmen bilgisi* (teacher knowledge), *aday öğretmen eğitimi* (preservice teacher education) olduğu görülmektedir. Yeşil renkli küme öğrencilerin matematiksel düşünmesini geliştirmeye yönelik çalışmalarını içerdiğinden “geliştirme” olarak isimlendirilmiştir. Bu kümede sık kullanılan anahtar kelimelerin; *mesleki gelişim* (professional development), *değerlendirme* (assessment), *matematik öğretimi* (mathematics teaching), *müfredat* (curriculum) gibi anahtar kelimeler olduğu gözlenmektedir. Mavi renkli küme ileri matematiksel düşünme ile ilişkili çalışmalarını içerdiğinden “ileri matematiksel düşünme” olarak isimlendirilmiştir. Mavi renkli kümede sık kullanılan anahtar kelimelerin; *ileri matematiksel düşünme* (advanced mathematical thinking), *akıl yürütme* (reasoning), *kesirler* (fractions), *söylem* (discourse), *klinik görüşmeler* (clinical interviews), *bilişsel gelişim* (cognitive development) gibi terimler olduğu görülmektedir. Sarı renkli küme teknolojik araçlar kullanılarak matematiksel düşünmeyi geliştirecek öğretim ortamları tasarlama amacı taşıyan çalışmalar içerdiğinden “teknoloji” olarak isimlendirilmiştir. Bu kümede sık kullanılan anahtar kelimeler; *matematik eğitimi* (mathematics education), *teknoloji* (technology), *bilgi işlemsel düşünme* (computational thinking), *programlama* (programming), *iletişim* (communication) gibi terimlerdir.

#### **4.4 Doğrulama**

Doğrulama aşaması yapılan isimlendirmenin tutarlılığının belirlenmesi için gerçekleştirilen ve makalelerin incelenmesini de içeren kanıt arama sürecini ifade etmektedir. Her kümeyle ilişkili makalelerin incelemesi aşağıda verilmiştir:

##### **4.4.1 Küme 1: Fark Etme**

Kırmızı renk ile temsil edilen birinci küme incelendiğinde dikkat çeken anahtar kelimelerin; *fark etme* (noticing), *öğrenci matematiksel düşünmesi* (student mathematical thinking), *problem çözme* (problem solving), *öğretmen eğitimi* (teacher education), *öğretmen bilgisi* (teacher knowledge), *aday öğretmen eğitimi* (preservice teacher education), *öğretmenlik uygulaması* (teaching practice) olduğu

görülmektedir. Bu anahtar kelimeler çeşitli seviye gruplarıyla çalışan öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünmesini fark etmesi, ortaya çıkarması açısından birbirleriyle ilişkili olduğundan, en büyük küme olan birinci küme “fark etme” olarak isimlendirilmiştir. Örneğin; öğretmen adaylarının, çocukların matematiksel düşünmesini ne ölçüde fark edebildiğini inceleyen (Superfine ve ark., 2019; McDuffie ve ark., 2014; Coskun ve ark., 2021), öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünmesini fark etmelerini geliştirmek için tasarlanan bir müfredat modülünün etkilerini inceleyen (Krupa ve ark., 2017), öğrencilerin tam sayılar ve aritmetik akıl yürütmedeki kavramsal gelişiminin profesyonel olarak fark edilmesine odaklanan bir müdahalenin, sınıf öğretmeni adaylarının profesyonel fark etme becerileri, matematiğe yönelik tutumları ve matematik öğretimi için matematik bilgileri üzerindeki etkisini inceleyen (Fisher ve ark., 2018) bu kümeye dâhildir. Benzer şekilde; sınıf öğretmeni adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünmesini nasıl fark ettiklerinin analizini yaparak dört gelişim düzeyine sahip bir başlangıç çerçevesi belirleyen (Fernandez ve ark., 2013), çevrimiçi bağlamlarda matematik öğretmeni adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünmelerini profesyonel olarak fark etmelerinin gelişimini karakterize etmeyi amaçlayan (Fernandez ve ark., 2012) çalışmaları öğretmen adayları ile yapılan çalışmalardandır. Wager (2014), bir mesleki gelişim kursundaki öğretmenlerin, çocukların ilköğretim matematik sınıflarına katılımı hakkında fark ettiklerine nasıl tepki verdiklerini ve fark ettikleri şeyin, öğretmenlerin eşitlikçi matematik pedagojisine yönelik konumuyla nasıl bağlantılı olduğunu açıklamaktadır. Öte yandan Huang ve Li (2012) çalışmalarında farklı mesleki deneyime sahip öğretmenlerin matematik sınıfındaki olayları fark etmelerini karşılaştırmış, Nickerson ve ark., (2017) ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel düşünmelerini profesyonel olarak fark etmelerinin ölçülmesine yönelik zorluklara odaklanmış, Lee ve Francis (2018) sınıf öğretmenlerinin öğretimsel karar vermede öğrencilerin düşünmelerini kullanma algıları, mesleki fark etme becerileri ve öğretim sırasında öğrenci düşünmelerini kullanmaları arasındaki ilişkileri incelemiştir.

#### 4.4.2 Küme 2: Geliştirme

Yeşil renk ile temsil edilen ikinci küme incelendiğinde kullanıma sıklığıyla dikkat çeken anahtar kelimelerin; *mesleki gelişim* (professional development), *öğretmen öğrenmesi* (teacher learning), *değerlendirme* (assessment), *matematik öğretimi* (mathematics teaching), *görev tasarımı* (task design), *video*, *müfredat* (curriculum), *bilişsel istem* (cognitive demand), *yansıma* (reflection) ve *aritmetik* (numeracy) olduğu görülmektedir. Bu küme öğrencilerin matematiksel düşünmesini geliştirmeye yönelik çalışmaları içerdiğinden “geliştirme” olarak isimlendirilmiştir.

Örneğin; matematiksel olarak önemli pedagojik fırsatları kavramsallaştırarak öğrenci düşüncesini geliştirmeyi amaçlayan (Leatham ve ark., 2015), çocukların matematiği kavramsal olarak anlaması ve matematiksel düşüncelerinin gelişimini destekleyen pedagojik bir çerçeve sunan (Fraivillig ve ark., 1999), ilkokulda matematiksel düşüncenin gelişimini teşvik etmek amacıyla tasarlanmış yeni geliştirilmiş bir yüksek lisans kursunun katılımcılarıyla yapılan aynı zamanda üniversite araştırmacıları tarafından müfredat geliştirme sürecine yönelik araştırmaları teşvik etmeyi amaçlayan (Hudson ve ark., 2015) ikinci kümeye dâhildir. Diğer taraftan Wager ve Parks (2016) okul öncesi dönemde oyunun çocukların matematiksel düşünmesini değerlendirmek ve geliştirmek için bir alan olarak nasıl hizmet edebileceğini incelemiş, van Oers, (2010) küçük çocukların oyun bağlamında şematik temsil ve notasyonlara uygun hareket etmelerini destekleyerek matematiksel düşünmeyi teşvik etmek üzerine bir araştırma yapmış, Fouze ve Amit (2018) matematikte ilginç, eğlenceli ve başarılı bir öğrenme süreci olan etnomatematiksel folklor oyununun matematik öğretimine entegrasyonu ile matematiksel düşünmenin geliştirilmesini amaçlayan bir çalışma yapmıştır. Göreve dayalı bir değerlendirme görüşmeleri kullanarak çocukların matematiksel düşünmesini anlama, değerlendirme ve geliştirme konusunda öğretmenlerin uzmanlığını oluşturmaya çalışılmış (Clarke ve ark., 2011), öğretmen adaylarının Öğretim Kalitesi Değerlendirmesini kullanarak öğrencilerin matematiksel düşünmesini ve akıl yürütmesini destekleyecek şekilde teknolojiyi eğitim faaliyetlerine entegre etme becerisi (Akçay ve Boston, 2018), matematiksel düşünmeyi ve öğretmeyi anlama ve geliştirmede video kullanımının etkisi incelenmiştir (Schoenfeld, 2017).

#### 4.4.3 Küme 3: İleri Matematiksel Düşünme

Mavi renk ile temsil edilen üçüncü küme incelendiğinde dikkat çeken anahtar kelimelerin; *ileri matematiksel düşünme* (advanced mathematical thinking), *akıl yürütme* (reasoning), *kesirler* (fractions), *kanıt* (proof), *öğretim* (teaching), *üniversite matematiği* (college mathematics), *söylem* (discourse), *hesap* (calculus), *klinik görüşmeler* (clinical interviews), *bilişsel gelişim* (cognitive development) olduğu görülmüş ve küme “ileri matematiksel düşünme” olarak isimlendirilmiştir. Örneğin; Yoon ve ark., (2011) jestlerin (gesture) rolünün yalnızca düşünce ve destekleyici anlayışı iletmenin ötesinde olduğunu savunarak bu hareketlerin sanal bir matematiksel yapı oluşturmaya nasıl yardımcı olduğunu göstermiş, Engelbrecht (2010) birçok öğrenci tarafından travmatik olarak değerlendirilen okul matematiğinden ileri matematiğe geçiş sürecini kolaylaştırmak için bazı yapılar önermiştir. Dickerson ve Pitman (2016) 10 lisans matematik bölümü üzerinde yapılan nitel bir çalışma ile öğrencilerin tanım yazma yeteneklerini incelemiş, Inglis ve Alcock (2012) yeni başlayan lisans öğrencilerinin ve araştırma yapan matematikçilerin ispat doğrulama davranışlarının bir karşılaştırmasını sunmuştur. Öte yandan Radu ve Weber (2011) lisans matematik öğrencilerinin tamamlanmış sonsuz yinelenmeli süreçlere ilişkin akıl yürütmelerindeki iyileştirmeler üzerine, Weber ve Mejia-Ramos (2011) dokuz araştırma matematikçisiyle yayınlanmış ispatları okumalarına rehberlik eden hedefler ve bu hedeflere ulaşmak için kullandıkları akıl yürütme türü hakkında çalışmalar yapmıştır. Akıl yürütme ile ilgili, lise öğrencilerinin aynı problemin çeşitli temsillerine karşı uyumsuz çözümleri hakkında araştırmaya dayalı bilgilerin, akıl yürütmelerindeki tutarsızlıklar konusunda farkındalıklarını artırmak için nasıl kullanılabileceğini gösteren (Tsamir ve Tirosh, 1999) da ulaşılan çalışmalardandır. 27 üniversite matematik öğrencisinin matematiksel inançlarını ve bu inançları ile limit anlayışları arasındaki bağlantıları araştıran (Szydlik, 2000), lise matematik öğretmenlerinin okul matematiğinde matematiksel ispatın amaçlarına bakış açılarını inceleyen (Dickerson ve Doerr, 2014), zorlu geometri ve ölçme birimlerinin ilkokul ikinci sınıf öğrencilerinin başarısına etkisini (Gavin ve ark., 2013) inceleyen çalışmalar üçüncü kümeyi oluşturmaktadır.



#### 4.4.4 Küme 4: Teknoloji

Sarı renk ile temsil edilen dördüncü küme incelendiğinde dikkat çeken anahtar kelimelerin; *matematik eğitimi* (mathematics education), *teknoloji* (technology), *cebir* (algebra), *bilgi işlemsel düşünme* (computational thinking), *geometri* (geometry), *biçimlendirici değerlendirme* (formative assessment), *iletişim* (communication), *programlama* (programming) olduğu görülmektedir. Bu küme teknoloji desteği ile matematiksel düşünmeyi geliştirecek öğretim ortamları tasarlama amacı taşıyan çalışmalar içerdiğinden “teknoloji” olarak isimlendirilmiştir. Örneğin; Huscroft-D'Angelo ve ark., (2014) bir dijital yazma ortamı aracılığıyla, öğrenme gücü çeken öğrenciler için matematiksel düşünmenin iletişimini teşvik etmeyi amaçlayan bir müdahalenin etkilerini incelemiştir. Lee (2005), üç öğretmen adayının bir teknoloji aracıyla öğrencilerin matematiksel problem çözmelerini kolaylaştırmadaki rollerini nasıl yorumladıklarına ve geliştirdiklerine dair bir bakış açısı sunmuş, Cui ve Ng (2021) ilkökul öğrencilerinin blok tabanlı programlama ortamında matematiksel problem çözmelerinde matematiksel ve bilgi işlemsel düşünme arasındaki etkileşimi araştırmıştır. Benton ve ark., (2018) programlamayı öğrenme yoluyla matematiksel ve bilgi işlemsel düşünme becerilerini geliştirmek için tasarlanmış bir müfredat olan ScratchMaths programını kullanmış, Rowlett (2015), ders dışı bir üniversite kulübü olan Maths Arcade' de oynanan Quarto oyunu ile stratejik ve matematiksel düşünmeyi geliştirme üzerine bir çalışma yapmıştır. Diğer taraftan Sherman ve ark., (2020) 20 ders kitabı örneğini analiz ederek, teknoloji görevlerinin ortaöğretim matematik müfredatına nasıl entegre edildiğine dair sistematik bir analiz sunmuştur. Biyomatematik bağlamında yaratıcı matematiksel düşünmeyi geliştirmek amacıyla dijital kaynakların tasarımı ve değerlendirmesi üzerine (El-Demerdash ve ark., 2016), dinamik geometri ortamları kullanımının küçük çocukların açı hakkındaki düşünceleri üzerindeki etkisini inceleyen (Kaur, 2020) çalışmalara ulaşılmıştır. Bir matematik öğretmeni tarafından uygulanan öğretim tasarımı ve sınıf söylemi arasındaki ilişkiyi inceleyen (Henning ve ark., 2012), beş ortaöğretim matematik öğretmeni adayı üzerinde bir vaka çalışması yoluyla görselleştirmelerin, matematiksel düşünmede önemli bir süreç olan matematiksel soyutlamadaki rolünü araştırmayı amaçlayan (Yılmaz ve Argun, 2018) çalışmalar da dördüncü kümeyi oluşturmaktadır.

## 5. TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu çalışmada Web of Science veri tabanında 1990-2021 yılları arasında matematiksel düşünme ile ilgili yayınlanan makalelerin bibliyometrik analizini araştırmak amaçlanmıştır. Makaleler; yayın yıllarına, anahtar kelimelere, ülkelere göre karakterize edilmiş, bibliyometrik ağlar oluşturularak matematiksel düşünme ile ilişkili anahtar kelimeler haritalandırılmıştır. Araştırmanın bulguları sırasıyla keşif, görselleştirme, isimlendirme ve doğrulama aşamalarında sunulmuştur. Matematiksel düşünme ile ilgili makaleler incelenerek birbiriyle ilişkili anahtar kelimeleri belirlemek adına VOSviewer yazılımı aracılığıyla bibliyometrik analizler yapılmıştır.

WoS veri tabanında 1990 yılından itibaren matematiksel düşünme üzerine yapılan çalışmalar incelendiğinde ilk on yıllık periyotta çalışma sayısının oldukça düşük olduğu, sonrasında belli bir artış oranına sahip olmasa da her beşer yıllık periyotta makale sayılarının artmaya devam ettiği görülmüştür. Sık kullanılan anahtar kelimeler incelendiğinde, yapılan çalışmalarda matematiksel düşünme ile ilişkilendirilen anahtar kelimelerin büyük bir çeşitliliğe sahip olduğu gözlenmiştir. *Fark etme* (Coskun ve ark., 2021; Fernandez ve ark., 2012; Fernandez ve ark., 2013; Fisher ve ark., 2018; Huang ve Li, 2012; Krupa ve ark., 2017; Lee ve Francis 2018; McDuffie ve ark., 2014; Nickerson ve ark., 2017; Superfine ve ark., 2019; Wager, 2014), *problem çözme* (Bloom, 2007; Hashemi ve ark., 2015; Hino, 2007; Kapa, 1999), *ileri matematiksel düşünme* (Alcock, 2012; Dickerson ve Doerr, 2014; Dickerson ve Pitman, 2016; Engelbrecht, 2010; Weber, 2011), *öğretmen eğitimi* (Jacobs ve ark., 2010; Sleep ve Boerst, 2012; Stockero ve ark., 2017), *akıl yürütme* (Bayazit ve Osmanoglu, 2017; Tsamir ve Tirosh, 1999; Woods ve ark., 2006), *değerlendirme* (Drijvers ve ark., 2019; Rowlett ve ark., 2019; Wager ve Parks, 2016), *teknoloji* (Hitt ve ark., 2016; Kaur, 2020; Nickels ve Cullen, 2017), *görev tasarımı* (Norton ve Kastberg, 2012; Paterson ve Sneddon, 2011), *bilişsel talep* (Akçay ve Boston, 2018; Estrella ve ark., 2020; Hallman-Thrasher, 2017) anahtar kelimeleri matematiksel düşünme ile birlikte kullanılan anahtar kelimelerdendir.

Anahtar kelimelerin zaman çizelgesi analizi matematiksel düşünme üzerine yapılan çalışmaların eğilimleri hakkında fikir oluşturulmasını sağlamaktadır. 1992-1996 yılları arasındaki ilk periyotta makalelerden yalnızca birinin anahtar kelimelerine ulaşılabilmiştir. Ulaşılan anahtar kelimeler bu periyotta elde edilen

verilerin kaynağını oluşturmaktadır. 1997-2001 yılları arasında çalışmaların; *ileri matematiksel düşünme* (Szydlik, 2000; Tsamir ve Tirosh, 1999; Williams, 2001), *pedagojik bilgi* (Fraivillig ve ark., 1999; Vacc ve Bright, 1999), *üniversite matematiği*, *aday öğretmen eğitimi* (Mewborn, 1999), küçük çocukların problem çözme ortamlarında matematik algıları (Franke ve Carey, 1997) gibi alanlara odaklandığı görülmüştür. 2000’li yılların başlarında çalışmaların, sınıf etkileşimi ve öğretmenlik uygulaması (Hufferd-Ackles ve ark., 2004; Woods ve ark., 2006), bilişsel gelişim (Yuzawa ve ark., 2005), akıl yürütme (Selden ve Selden, 2003), tutum (Oers, 2002), matematiksel iletişim (Cooke ve Buchholz, 2005), problem çözme ve matematiksel söylem (Kieran, 2001) gibi alanlarda yoğunlaştığı görülmektedir. 2007-2011 yılları arasında da sık kullanılan anahtar kelimeler arasında *ileri matematiksel düşünme* olduğu görülmektedir. Bu yıllar arasındaki ileri matematiksel düşünme çalışmalarının daha çok üniversite matematiğine odaklandığı dikkat çekmektedir (Weber, 2009; Inglis ve Simpson, 2009; Oehrtman, 2009). Önceki dönemlerden farklı olarak *öğretmen bilgisi* (Philipp ve ark., 2007; Wilson, 2011), *mesleki gelişim* (Ryken, 2009; Van Es ve Sherin, 2008), *değerlendirme* (Hino, 2007; Ryken, 2009; Young-Loveridge, 2011), *kanıt* (Koichu, 2010), *temsil* (Ryken, 2009; Stewart and Thomas, 2009) ve *görev tasarımı* (Paterson ve Sneddon, 2011) da sık kullanılan ilk 10 anahtar kelime arasında karşımıza çıktığı gözlenmektedir. 2012-2016 yılları arasında *biçimlendirici değerlendirme* (Ginsburg, 2016; Henning ve ark., 2012; Sleep ve Boerst, 2012), *fark etme* (Carter ve Amador, 2015; Roth McDuffie ve ark., 2014; Wager, 2014) ve *erken çocukluk eğitimi* (Ginsburg, 2016) anahtar kelimelerin ilk olarak sık kullanılanlar arasında yer aldığı dikkat çekmektedir. 2017-2021 yılları arasında *fark etme* (Lee, 2019; Nickerson ve ark., 2017; Superfine ve ark., 2017) ile ilgili çalışma sayısının katlanarak arttığı ve *bilişsel talep* (Estrella ve ark., 2020; Hallman-Thrasher, 2017; Otten ve ark., 2017), *bilgi işlemsel düşünme* (Kallia ve ark., 2021; Pérez, 2018) ve *teknoloji* (Amador, 2017; Nickels ve Cullen, 2017) anahtar kelimelerinin de ilk kez ilk 10 anahtar kelime arasında yer aldığı görülmektedir. Son periyotta teknolojinin eğitime daha fazla entegre edildiği, teknolojik araçların kullanımında önceki periyotlara göre artış olduğu sonucu çıkarılabilir. *Aday öğretmen eğitimi*, *öğretmen eğitimi*, *öğretmenlik uygulaması*, *mesleki gelişim* gibi anahtar kelimelerin bütün periyotlarda karşımıza

çıkması matematiksel düşünme için öğretmenlerin geliştirilmesine ve öğretmen yetiştirme programlarının kalitesine odaklanmaya önem verildiğini göstermektedir. Ayrıca zaman çizelgesi analizi incelendiğinde *problem çözme* anahtar kelimesinin hemen her periyotta karşımıza çıktığı görülmektedir. Bu durum problem çözmenin matematiksel düşünmenin özünü oluşturduğunu düşündürmekte ve problem çözmenin matematiksel düşünmenin temel bileşenlerinden olduğunu, matematiksel düşünme becerisinin problem çözme etkinlikleri ile geliştirilebileceğini söyleyen çalışmalarla örtüşmektedir (Piggott, 2004; Tall, 2002; Yıldız, 2016).

Matematiksel düşünme konulu makalelerde yayın sayıları ve yayın başına ortalama atıf sayısı analizi incelendiğinde bu iki sıralamanın birbirinden oldukça farklı olduğu görülmektedir. Frekans sıralamasında ilk üç ülke ABD, Avustralya ve Türkiye şeklinde olurken yayın başına ortalama atıf sayısı sıralaması ABD, İsrail ve İngiltere şeklindedir. Bu sıralamada Avustralya'nın altıncı, Türkiye'nin ise onuncu sırada yer aldığı görülmektedir. Ortalama atıf sayısında ortaya çıkan bu değişiklikte ülkelerin yayın dilinin etkili olduğu düşünülmektedir. Daha çok ülkenin ortak kullandığı dillerde ya da İngilizce gibi tüm dünyada öğrenilen dillerde yapılan yayınların atıf alma oranının arttığı düşünülmektedir.

Katman görselleştirmesi *pedagojik bilgi, yapılandırıcılık, kanıt, üniversite matematiği, aday öğretmen eğitimi, ileri matematiksel düşünme, söylem* gibi anahtar kelimelerin 2005 yılı civarında daha yoğun kullanıldığını göstermektedir. 2010-2015 yılları arasında *yaratıcılık, teknoloji, iletişim, problem çözme, mesleki gelişim, erken çocukluk eğitimi, video, soyutlama, akıl yürütme* gibi ifadelerin yoğun kullanıldığı görülmektedir. 2015 yılından sonraki dönemde ise *bilgi işlemsel düşünme, programlama, farkındalık, ders imecesi, bilişsel talep, kesirler, öğretmen adayları* gibi anahtar kelimelerin yoğunluk kazandığı gözlenmektedir. Ulaşılan bu sonuçlar zaman çizelgesi analizi ile de örtüşmektedir.

Ağ görselleştirme haritası, matematiksel düşünme üzerine yapılan çalışmaların anahtar kelimelerinin aralarındaki ilişkinin derecesine göre dört kümede toplandığını göstermektedir. Kümelerin oluşumunda yakın ilişkili, daha sık birlikte kullanılan anahtar kelimeler VOSviewer programı tarafından aynı kümeye yerleştirilmiştir. İlk küme öğrencilerin matematiksel düşünmesinin fark edilmesi,

ortaya çıkarılması ile ilişkili çalışmaları, ikinci küme matematiksel düşünmenin geliştirilmesi üzerine yapılan çalışmaları, üçüncü küme ileri matematiksel düşünme üzerine yapılan çalışmaları ve dördüncü küme ise teknolojik araçlar kullanarak matematiksel düşünmeye ilişkin öğretim ortamları tasarlamaya dair çalışmaları içermektedir. Öte yandan kümelerin hiçbirinin birbirinden tamamen bağımsız olamayacağı göz ardı edilmemelidir, her bir küme birbirini desteklemekte, katkıda bulunmakta ve birlikte matematiksel düşünme kavramını zenginleştirmektedir. İleri matematiksel düşünme çalışmalarının, hem sınıf ve konu düzeyine bağlı olduğunu hem de matematik eğitiminin her aşamasında ortaya çıkabileceğini savunan görüşlerin üçüncü küme içerisinde birlikte yer alması dikkate değer bulunmuştur.

Araştırmada dikkat çeken unsurlardan biri de makalelerin ortak kelime analizleri sonucunda matematiksel düşünmenin bileşenlerinden birçoğuna ulaşamamasıdır. Ortak kelime analizini anahtar kelimeler üzerinden yaptığımız düşünüldüğünde araştırmacıların bileşenlere anahtar kelimelerde yer vermediği görülmektedir. Bu nedenle ileride alanda çalışacak araştırmacılara ortak kelime analizini özetle kullanılan terimler üzerinden yaparak nasıl bir kümelenme oluşacağını görmeleri önerilmektedir. Matematiksel düşünmenin bileşenlerinin kümelenmede belirleyici unsurlar olup olmayacağını görmek için çalışmaya farklı bir açıdan bakılmasını sağlayabilir.

Araştırma WoS veri tabanında 1990-2021 yılları arasında İngilizce dilinde ulaşılan makalelerle sınırlıdır. İleride yapılabilecek araştırmalarda; yayın yılı, dili, veri tabanı, yayın türünde genişletmeler yapılarak çalışma tekrarlanabilir. Ayrıca bu çalışmanın beşer yıllık periyotlarla tekrarlanmasının matematiksel düşünme üzerine yapılan çalışmalardaki değişim, gelişim ve yönelimlerin takip edilmesi ve karşılaştırılması açısından literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Matematiksel düşünme konulu makalelerde ülke sıralamasında Türkiye üçüncü sırada yer alsa da toplamda makalelerin %5.8'inin Türkiye kaynaklı olduğu görülmüştür. Bu doğrultuda uluslararası literatürde ülke görünürlüğünü artırmak için alana nitelikli çalışmalarla katkı sağlanması önerilmektedir. Ayrıca son yıllarda matematiksel düşünme ile teknolojiyi ilişkilendiren çalışma sayısındaki artış dikkate

alınarak teknoloji desteği ile matematiksel düşünmeyi geliştirecek öğretim ortamları tasarlamaya yönelik çalışmalara ağırlık verilebilir.

## 6. KAYNAKLAR

- Akarsu Yakar, E. (2019). Ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme süreçlerinin ve matematiksel dil becerilerinin matematiğin üç dünyası kuramsal çerçevesi açısından incelenmesi. Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Ana Bilim Dalı, İzmir.
- Akçay, AO. & Boston, MD. (2018). Preservice mathematics teachers' effective use of technology: analyzing the cognitive demands of technology-based instructional activities. *In Educating Prospective Secondary Mathematics Teachers* (pp. 143-166). Springer, Cham.
- Akdoğan, E. (2021). Türkiye'de matematiksel düşünme ve matematiksel muhakeme ile ilgili yazılan lisansüstü tezlerin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Eskişehir.
- Alkan, H. & Bukova Güzel E. (2005). Öğretmen adaylarında matematiksel düşünmenin gelişimi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3), 221-236.
- Alkan, H. & Taşdan, B. T. (2011). Farklı sınıf düzeylerindeki matematik öğretmen adaylarının gözünden matematiksel düşünme. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(2), 107-137.
- Altun, M. (2018). Ortaokullarda (5, 6, 7, 8. sınıflarda) matematik öğretimi. (12. Baskı). Bursa: Aktüel Yayınları.
- Amador, JM. (2017). Preservice teachers' video simulations and subsequent noticing: a practice-based method to prepare mathematics teachers. *Research in Mathematics Education*, 19(3), 217-235.
- Aria, M. & Cuccurullo, C. (2017). Bibliometrix: An R-tool for comprehensive science mapping analysis. *Journal of informetrics*, 11(4), 959-975.
- Arslan, S. & Yıldız, C. (2010). 11. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünmenin Aşamalarındaki Yaşantılarından Yansımalar. *Eğitim ve Bilim*, 35(156), 17-31.
- Aygün, Yİ. (2019). Üstün yetenekli tanısı konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerin farklı ortamlarda matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Amasya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Amasya.
- Bahadır, K. (2020). Matematiksel düşünmenin sınıf ortamına yansımaları: 8. sınıf örneği. Yüksek Lisans Tezi, Giresun Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı, Giresun.
- Baki, GÖ. & Işık, A. (2018). Öğrencilerin matematiksel düşüncelerine yönelik öğretmenlerin farkındalık düzeylerinin incelenmesi: Ders imcesi modeli. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 9(1), 122-146.
- Baltacı, S. (2016). Examination of gifted students' probability problem solving process in terms of mathematical thinking. *Malaysian Online Journal of Educational Technology*, 4(4), 18-35.

- Barca, M. & Hızıroğlu, M. (2009). 2000'li yıllarda Türkiye'de stratejik yönetim alanının entellektüel yapısı. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 4(1), 113-148.
- Baş, S. (2013). Bir mesleki gelişim programı çerçevesinde öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerini fark etme becerilerinin incelenmesi. Doktora Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Baş, A. (2019). Ortaöğretim öğrencilerinin matematiksel düşünmeye problem çözmeye ve matematiğe yönelik tutumları arasındaki ilişkinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Zonguldak.
- Bayazıt, Y. & Osmanoglu, A. (2017). The effect of problem solving instruction on mathematical thinking. *Pedagogika-Pedagogy*, 89(1), 80-89.
- Baykul, Y. (2009). İlköğretimde matematik öğretimi (6-8. sınıflar). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Benton, L., Kalas, I., Saunders, P., Hoyles, C. & Noss, R. (2018). Beyond jam sandwiches and cups of tea: An exploration of primary pupils' algorithm-evaluation strategies. *J Comput Assist Learn.* 34, 590-601. <https://doi.org/10.1111/jcal.12266>
- Ben-Zeev, T. (1996). When erroneous mathematical thinking is just as "correct": The oxymoron of rational errors. *The nature of mathematical thinking*, 55-79.
- Biber, BT. & Özdemir, İY. Öğrencilerin matematiksel düşünme sürecine yönelik öğretmen farkındalığı ve fark etme biçimleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1-33.
- Bloom, I. (2007). Extended analyses: Promoting mathematical inquiry with preservice mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10(4), 399-403.
- Bozkurt, A. & Polat, S. (2018). Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ortaya çıkarmaya yönelik öğretmen sorularının incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 9(1), 72-96.
- Bransford, JD., Zech, L. & Barron, DSB. (2012). Fostering mathematical thinking in middle school students: Lessons from research. In *The Nature of Mathematical Thinking* (pp. 219-266). Routledge.
- Bukova-Güzel, E. (2008). Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerine olan etkisi. *E-Journal of New World Sciences Academy*, 3(4), 678-688.
- Bulut, M. (2009). İşbirliğine dayalı yapılandırmacı öğrenme ortamlarında kullanılan bilgisayar cebir sistemlerinin matematiksel düşünme, öğrenci başarısına ve tutumuna etkisi. Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı, Ankara.
- Burton, L. (1984). Mathematical thinking: The struggle for meaning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(1), 35-49.



- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. & Demirel, F. (2017). Bilimsel araştırma yöntemleri. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Carter, ISW. & Amador, J. (2015). Lexical and indexical conversational components that mediate professional noticing during lesson study. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 11(6), 1339-1361.
- Clarke, D., Clarke, B. & Roche, A. (2011). Building teachers' expertise in understanding, assessing and developing children's mathematical thinking: the power of task-based, one-to-one assessment interviews. *ZDM Mathematics Education*, 43, 901-913. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0345-2>
- Cooke, BD., & Buchholz, D. (2005). Mathematical communication in the classroom: A teacher makes a difference. *Early Childhood Education Journal*, 32(6), 365-369.
- Coşkun, S. (2012). Üst düzey matematiksel düşünme süreçlerinin sorgulayıcı problem çözme ve öğrenme modeline göre tasarlanmış çalışma yaprakları yardımıyla incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Coskun, SD., Sitrava, RT. & Bostan, MI. (2021). Pre-service elementary teachers' noticing expertise of students' mathematical thinking: The case of fractions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-18.
- Cui, Z. & Ng, OL. (2021). The interplay between mathematical and computational thinking in primary school students' mathematical problem-solving within a programming environment. *Journal of Educational Computing Research*, 59(5), 988-1012.
- Çelik, D., Güler, M., Bülbül, BÖ. & Özmen, ZM. (2015). Reflections from a learning setting designed to investigate mathematical thinking . *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 2(1), 11-23. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/ijesim/issue/33756/373890>
- Çelik, D. (2016). Matematiksel düşünme. E. Bingölbali, S. Arslan, İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler* (s. 17-42). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Çeziktürk, Ö., ve Hangül, T. (2022). Cevabı tek olmayan soru üzerinde matematiksel düşünme süreci: Bir Geogebra uygulaması. *Journal of Sustainable Education Studies*, (Özel Sayı (Ö1)), 97-113.
- Çilingir Altiner, E. (2018). İlkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme profillerine göre görsel tahmin ile uzamsal akıl yürütme becerilerinin ve problem çözme performanslarının incelenmesi. Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Ana Bilim Dalı, İstanbul.
- Dalga, A. (2017). Anasınıfı çocuklarına yönelik matematiksel düşünme becerisi değerlendirme aracı (MATBED): Geliştirme çalışması. Yüksek Lisans Tezi,

Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Özel Eğitim Ana Bilim Dalı, Ankara.

- Dede, Y. & Argün, Z. (2004). Matematiksel düşüncenin başlangıç noktası: Matematiksel kavramlar . *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi*, 39(39), 338-355.
- Demirtaş, B. (2018). Sınıf öğretmenlerinin yaratıcılık fenomenine duyarlılığı ile matematiksel düşünme becerileri arasındaki ilişki. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Temel Eğitim Ana Bilim Dalı, İstanbul.
- Dickerson, DS. & Damien JP. (2016). An examination of college mathematics majors' understandings of their own written definitions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 41, 1-9. DOI:10.1016/j.jmathb.2015.11.001.
- Dickerson, DS. & Doerr, HM. (2014). High school mathematics teachers' perspectives on the purposes of mathematical proof in school mathematics. *Math Ed Res J*, 26, 711–733. <https://doi.org/10.1007/s13394-013-0091-6>
- Dreyfus, T. (1991). Advanced mathematical thinking processes. In Tall D. (Ed) *Advanced Mathematical Thinking*. New York: Kluwer Academic Publishers.
- Dreyfus, T. (2002). Advanced mathematical thinking processes. In *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 25-41). Springer, Dordrecht.
- Dreyfus, T. & Eisenberg, T. (2012). On different facets of mathematical thinking. In *The Nature Of Mathematical Thinking* (pp. 269-300). Routledge.
- Drijvers, P., Kodde-Buitenhuis, H. & Doorman, M. (2019). Assessing mathematical thinking as part of curriculum reform in the Netherlands. *Educational studies in mathematics*, 102(3), 435-456.
- Dubinsky, E., McDonald, MA. & Edwards, BS. (2005). Advanced mathematical thinking. *Mathematical Thinking ve Learning: An International Journal*, 7(1), 15-25.
- Duran, N. (2005). Matematiksel düşünme becerilerine ilişkin bir araştırma. Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Eğitim Bilimleri Ana Bilim Dalı, Ankara.
- Durmuş Akgeyik, S. (2019). PISA 2015 uygulamasında Türk öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerine ilişkin durumu. Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ölçme ve Değerlendirme Ana Bilim Dalı, Ankara.
- El-Demerdash, M., Mercat, C., Trgalova, J., Essonnier, N. & Lealdino Filho, P. (2016). Design and evaluation of digital resources to enhance Creative Mathematical Thinking in a biomathematics context. *Bulletin of the IEEE Technical Committee on Learning Technology*, 18(1), 6-9.
- Engelbrecht, J. (2010). Adding structure to the transition process to advanced mathematical activity, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(2), 143-154, DOI: 10.1080/00207390903391890

- Ersoy, E. & Başer, NE. (2013). Matematiksel düşünme ölçeğinin geliştirilmesi. *Kastamonu eğitim dergisi*, 21(4), 1471-1486.
- Ersoy, E. & Güner, P. (2014). Matematik öğretimi ve matematiksel düşünme. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 3(2), 102-112.
- Estrella, S., Zakaryan, D., Olfos, R. & Espinoza, G. (2020). How teachers learn to maintain the cognitive demand of tasks through Lesson Study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 23(3), 293-310.
- Fernández, C., Llinares, S. & Valls, J. (2012). Learning to notice students' mathematical thinking through on-line discussions. *ZDM Mathematics Education* 44, 747–759. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0425-y>
- Fernández, C., Llinares, S. & Valls, J. (2013). Primary school teacher's noticing of students' mathematical thinking in problem solving. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1), 441-468.
- Fisher, K., Hirsh-Pasek, K. & Golinkoff, RM. (2012). Fostering mathematical thinking through playful learning. In E. Reese ve S. P. Segate (Eds.), *Contemporary Debates on Child Development and Education*, (pp. 81-92). New York: Routledge.
- Fisher, MH., Thomas, J., Schack, EO., Jong, C. & Tassell, J. (2018). Noticing numeracy now! Examining changes in preservice teachers' noticing, knowledge, and attitudes. *Mathematics Education Research Journal*, 30(2), 209-232.
- Fouze, A. & Amit, M. (2017). Development of mathematical thinking through integration of ethnomathematic folklore game in math instruction. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(2), 617-630. [10.12973/ejmste/80626](https://doi.org/10.12973/ejmste/80626).
- Fraivillig, JL., Murphy, LA. & Fuson, KC. (1999). Advancing children's mathematical thinking in everyday mathematics classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 148–170. <https://doi.org/10.2307/749608>
- Franke, ML. & Carey, DA. (1997). Young children's perceptions of mathematics in problem-solving environments. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 8-25.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht. The Netherlands: D. Reidel Publishing Company.
- Gavin, MK., Casa, TM., Adelson, JL. & Firmender, JM. (2013). The impact of challenging geometry and measurement units on the achievement of grade 2 students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(3), 478-509.

- Geary, DC. (1996). Biology, culture, and cross-national differences in mathematical ability. In R. J. Sternberg & T. Ben-Zeev (Eds.), *The nature of mathematical thinking* (pp. 145–171). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Ginsburg, HP. (2016). Helping early childhood educators to understand and assess young children's mathematical minds. *ZDM*, 48(7), 941-946.
- Gökçe, S. & Güner, P. (2021). Forty Years of Mathematics Education: 1980-2019. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 9(3), 514-539.
- Gökçe, S. & Güner, P. (2022). Dynamics of GeoGebra ecosystem in mathematics education. *Education and Information Technologies*, 27(4), 5301-5323.
- Göl, R. (2017). 12. sınıf fen lisesi öğrencilerinin matematiksel düşünme becerilerinin özelleştirme, tahmin, ispat ve genelleme basamakları bağlamında incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Uşak Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Ana Bilim Dalı, Uşak.
- Guba, E. G., & Lincoln, Y. S. (1982). Epistemological and methodological bases of naturalistic inquiry. *ECTJ*, 30(4), 233-252.
- Güner, P. & Gökçe, S. (2021). Monitoring the nomological network of number sense studies. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 52(4), 580-608.
- Gürtaş, K. (2021). Ortaokul 7.sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki matematiksel düşünme ve problem çözme beceri düzeylerinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Kayseri.
- Hallman-Thrasher, A. (2017). Prospective elementary teachers' responses to unanticipated incorrect solutions to problem-solving tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(6), 519-555.
- Harel, G. & Sowder, L. (2005). Advanced mathematical-thinking at any age: Its nature and its development. *Mathematical thinking and learning*, 7(1), 27-50.
- Hashemi, N., Abu, M. S., Kashefi, H., Mokhtar, M. & Rahimi, K. (2015). Designing learning strategy to improve undergraduate students' problem solving in derivatives and integrals: A conceptual framework. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 11(2), 227-238.
- Henning, JE., McKeny, T., Foley, GD. & Balong, M. (2012). Mathematics discussions by design: creating opportunities for purposeful participation. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15, 453-479.
- Hino, K. (2007). Toward the problem-centered classroom: trends in mathematical problem solving in Japan. *Zdm*, 39(5), 503-514.

- Hitt, F., Saboya, M. & Cortés Zavala, C. (2016). An arithmetic-algebraic work space for the promotion of arithmetic and algebraic thinking: triangular numbers. *ZDM*, 48(6), 775-791.
- Huang, R. & Li, Y. (2012). What Matters Most: A Comparison of Expert and Novice Teachers' Noticing of Mathematics Classroom Events. *School Science and Mathematics*, 112, 420-432.
- Hudson, B., Henderson, S. & Hudson, A. (2015). Developing mathematical thinking in the primary classroom: Liberating students and teachers as learners of mathematics. *Journal of Curriculum Studies*, 47(3), 374-398.
- Hufferd-Ackles, K., Fuson, KC. & Sherin, MG. (2004). Describing levels and components of a math-talk learning community. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(2), 81-116.
- Huscroft-Dâ, JN., Higgins, KN. & Crawford, LL. (2014). A descriptive study examining the impact of digital writing environments on communication and mathematical reasoning for students with learning disabilities. *Learning Disabilities: A Multidisciplinary Journal*, 20(4), 177-188
- Inglis, M. & Alcock, L. (2012). Expert and novice approaches to reading mathematical proofs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(4), 358-390.
- Inglis, M. & Simpson, A. (2009). Conditional inference and advanced mathematical study: Further evidence. *Educational Studies in Mathematics*, 72(2), 185-198.
- Isoda, M. & Katagiri, S. (2012). Mathematical thinking: How to develop it in the classroom (Vol. 1). World Scientific.
- Jacobs, VR., Lamb, LL. & Philipp, RA. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202.
- Kallia, M., van Borkulo, SP., Drijvers, P., Barendsen, E. & Tolboom, J. (2021). Characterising computational thinking in mathematics education: a literature-informed Delphi study. *Research in Mathematics Education*, 23(2), 159-187.
- Kapa, E. (1999). Problem solving, planning ability and sharing processes with LOGO. *Journal of Computer Assisted Learning*, 15(1), 73-84.
- Kaplan, A., Duran, M. & Baş, G. (2016). Examination with the structural equation modeling of the relationship between mathematical metacognition awareness with skill perception of problem solving of secondary school students. *Journal of the Faculty of Education*, 17(1), 01-16.
- Karakoca, A. (2011). Altıncı sınıf öğrencilerinin problem çözmeye matematiksel düşünmeyi kullanma durumları. Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi/Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir

- Karşılıgil Ergin, G. (2015). Öğrencilerin problem çözme ve kurma süreçlerindeki matematiksel düşüncelerinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Ana Bilim Dalı, Gaziantep.
- Kartal, ÖF. (2019). Mathematical thinking in the classroom on derivative: Fostering university students' mathematical thinking. Master's thesis, Middle East Technical University, Ankara.
- Kaur, H. (2020). Introducing the concept of angle to young children in a dynamic geometry environment. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(2), 161-182.
- Keskin, M., Dag, S. A. & Altun, M. (2013). 8. ve 11. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme aşamalarındaki davranışlarının karşılaştırılması. *Journal of Educational Science*, 1(1), 33-50.
- Kılıç, H., Tunç Pekkan, Z. & Karatoprak, R. (2013). Materyal kullanımının matematiksel düşünme becerisine etkisi. Eğitimde Kuram ve *Uygulama*, 9(4), 544-556. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/eku/issue/5458/73996>
- Kieran, C. (2001). The mathematical discourse of 13-year-old partnered problem solving and its relation to the mathematics that emerges. *Educational Studies in Mathematics*, 46(1), 187-228.
- Kocaman, M. (2017). Lise 11. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve akıl yürütme becerilerinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı, Balıkesir.
- Koyuncu, MK. (2018). Matematik felsefesi etkinliklerinin öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerine, matematiğe yönelik tutum ve inançlarına etkisinin incelenmesi. Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, İstanbul.
- Krupa, EE., Huey, M., Lesseig, K., Casey, S. & Monson, D. (2017). Investigating secondary preservice teacher noticing of students' mathematical thinking. In: Schack, E., Fisher, M., Wilhelm, J. (eds) *Teacher Noticing: Bridging and Broadening Perspectives, Contexts, and Frameworks. Research in Mathematics Education*. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-46753-5\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-319-46753-5_4)
- Kurt, MŞ. (2021). 5E öğrenme modeline dayalı öğretimin 7.sınıf öğrencilerinin matematik başarısına ve matematiksel düşünme becerisine etkisi. Yüksek Lisans Tezi, Siirt Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Siirt.

- Kurutkan, MN., & Orhan, F. (2018). Bilim Haritalama, Bibliyometrik Analiz ve Kitap İle İlgili Genel Hususlar (Der.). Sağlık Politikası Konusunun Bilim Haritalama Teknikleri ile Analizi içinde (ss. 2-12). İksad Publishing House.
- Kutluca, T., Birgin, O. ve Gündüz, S. (2018). Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi'nde yayımlanmış makalelerin içerik analizi bağlamında değerlendirilmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(2), 390-412.
- Kükey, E. (2018). Ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme biçimleri ile öğretmen ve öğretmen adaylarının bu konudaki görüşlerinin incelenmesi. Doktora Tezi, İnönü Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Malatya.
- Leatham, KR., Peterson, BE., Stockero, SL. & Zoest, LR. (2015). Conceptualizing mathematically significant pedagogical opportunities to build on student thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46, 88-124.
- Lee, HS. (2005). Facilitating students' problem solving in a technological context: prospective teachers' learning trajectory. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8, 223–254. <https://doi.org/10.1007/s10857-005-2618-6>
- Lee, MY. & Cross Francis, D. (2018). Investigating the relationships among elementary teachers' perceptions of the use of students' thinking, their professional noticing skills, and their teaching practices. *The Journal of Mathematical Behavior*, 51, 118-128.
- Lee, MY. (2019). The development of elementary pre-service teachers' professional noticing of students' thinking through adapted lesson study. *Asia-Pacific Journal of Teacher Education*, 47(4), 383-398.
- Liu, PH. (2003). The relationship of a problem-based calculus course and students' views of mathematical thinking. Oregon State University.
- Mason, J., Burton, L. & Stacey, K. (1991). *Thinking Mathematically*. England, Addison- Wesley Publishers, Wokingham.
- Mayer, RE. & Hegarty, M. (2012). The process of understanding mathematical problems. In *The nature of mathematical thinking* (pp. 45-70). Routledge.
- Mewborn, D. S. (1999). Reflective thinking among preservice elementary mathematics teachers. *Journal for research in mathematics education*, 30(3), 316-341.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2009). İlköğretim matematik 6-8. sınıflar öğretim programı, Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- MEB. (2016). Düşünme eğitimi dersi öğretim programı. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.

- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). Matematik dersi öğretim programı. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- Miles, MB. & Huberman, AM. (1994). Qualitative data analysis: An expanded sourcebook (2nd ed.). Newbury Park, CA: Sage.
- Mumcu, H. & Aktürk, T. (2017). An analysis of the reasoning skills of pre-service teachers in the context of mathematical thinking. *European Journal of Education Studies*, 0. doi:http://dx.doi.org/10.46827/ejes.v0i0.652
- Nickels, M. & Cullen, CJ. (2017). Mathematical thinking and learning through robotics play for children with critical illness: The case of Amelia. *Journal for Research in Mathematics Education*, 48(1), 22-77.
- Nickerson, SD., Lamb, L. & LaRochelle, R. (2017). Challenges in measuring secondary mathematics teachers' professional noticing of students' mathematical thinking. In *Teacher Noticing: Bridging and Broadening Perspectives, Contexts, and Frameworks* (pp. 381-398). Springer, Cham.
- Norton, A. & Kastberg, S. (2012). Learning to pose cognitively demanding tasks through letter writing. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15(2), 109-130.
- Oehrtman, M. (2009). Collapsing dimensions, physical limitation, and other student metaphors for limit concepts. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(4), 396-426.
- Oers, BV. (2002). Educational forms of initiation in mathematical culture. In *Learning Discourse* (pp. 59-85). Springer, Dordrecht.
- Olgun, B. (2016). Matematik öğretmeni adaylarının sözel problemleri çözümü: Görsel-uzamsal yetenekler, temsil kullanımı ve matematiksel düşünme yapıları. Yüksek Lisans Tezi, Boğaziçi Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İlköğretim Ana Bilim Dalı, İstanbul.
- Or, MB. (2020). Ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Adana.
- Otten, S., Webel, C. & de Araujo, Z. (2017). Inspecting the foundations of claims about cognitive demand and student learning: A citation analysis of Stein and Lane (1996). *The Journal of Mathematical Behavior*, 45, 111-120.
- Özdil, U. (2012). Türev kavramındaki matematiksel düşünmenin çok aşamalı yapısal modeli. Doktora Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı, Ankara.
- Öztürk, G. (2013). Matematiksel düşünme odaklı öğretim: Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının planlama becerileri ve görüşleri. Doktora Tezi,



Balikesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı, Balıkesir.

- Öztürk, G. & Akyüz, G. (2016). Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının okul uygulamalarında matematiksel düşünme odaklı öğretimi planlama becerileri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10(2), 292-319.
- Öztürk, O. & Gürler, G. (2021). Bir literatür incelemesi aracı olarak bibliyometrik analiz. Ankara: Nobel yayınevi.
- Paterson, J. & Sneddon, J. (2011). Conversations about curriculum change: mathematical thinking and team-based learning in a discrete mathematics course. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 42(7), 879-889.
- Pérez, A. (2018). A framework for computational thinking dispositions in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 49(4), 424-461.
- Philipp, RA., Ambrose, R., Lamb, LL., Sowder, JT., Schappelle, BP., Sowder, L., ... & Chauvot, J. (2007). Effects of early field experiences on the mathematical content knowledge and beliefs of prospective elementary school teachers: An experimental study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(5), 438-476.
- Piggott, J. (2004, January). Developing a framework for mathematical enrichment. Paper presented at the symposium on Critical Thinking in Teaching and Learning. University of West Indies, St. Augustine, Trinidad.
- Polya, G. (1945). How to solve it. Princeton: Princeton University Press.
- Radu, I. & Weber, K. (2011). Refinements in mathematics undergraduate students' reasoning on completed infinite iterative processes. *Educational Studies in Mathematics*, 78(2), 165–182. <http://www.jstor.org/stable/41486160>
- Rasmussen, C., Zandieh, M., King, K. & Teppo, A. (2005). Advancing mathematical activity: A practice-oriented view of advanced mathematical thinking. *Mathematical thinking and learning*, 7(1), 51-73.
- Roth McDuffie, A., Foote, MQ., Bolson, C., Turner, EE., Aguirre, JM., Bartell, TG., Drake, C. & Land, T. (2014). Using video analysis to support prospective K-8 teachers' noticing of students' multiple mathematical knowledge bases. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 17(3), 245-270. <https://doi.org/10.1007/s10857-013-9257-0>
- Rowlett, P. (2015). Developing strategic and mathematical thinking via game play: Programming to investigate a risky strategy for Quarto. *The Mathematics Enthusiast*, 12(1), 55-61.

- Rowlett, P., Webster, K., Bradshaw, NA. & Hind, J. (2019). Evaluation of the maths arcade initiative at five UK universities. *The Mathematics Enthusiast*, 16(1), 451-460.
- Ryken, AE. (2009). Multiple representations as sites for teacher reflection about mathematics learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12(5), 347-364.
- Samo, DD., Darhim, D. & Kartasasmita, B. (2017). Developing contextual mathematical thinking learning model to enhance higher-order thinking ability for middle school students. *International Education Studies*, 10(2), 17-29.
- Schoenfeld, AH. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. (Ed. D.A. Grouws). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics*. (pp.334- 370). Newyork: Macmillan.
- Schoenfeld, AH. (2017). Uses of video in understanding and improving mathematical thinking and teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20, 415–432. <https://doi.org/10.1007/s10857-017-9381-3>
- Selden, A. & Selden, J. (2003). Validations of proofs considered as texts: Can undergraduates tell whether an argument proves a theorem? *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 4-36.
- Sevgen, B. (2002, Eylül). Matematiksel düşünce yapısı ve gelişimi. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Sezer, N. (2019). Ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme süreç ve becerilerinin boylamsal incelenmesi. (Order No. 28734021, Bursa Uludag University (Turkey)). PQDT - Global, , 600. Retrieved from <https://www.proquest.com/dissertations-theses/ortaokul-ogrencilerinin-matematiksel-dusunme/docview/2572304438/se-2?accountid=25093>
- Sherman, MF., Cayton, C., Walkington, C. & Funsch, A. (2020). An analysis of secondary mathematics textbooks with regard to technology integration. *Journal for Research in Mathematics Education*, 51(3), 361-374.
- Sleep, L. & Boerst, T. A. (2012). Preparing beginning teachers to elicit and interpret students' mathematical thinking. *Teaching and Teacher Education*, 28(7), 1038-1048.
- Stacey, K., Burton, L. & Mason, J. (1985). Thinking mathematically. England: Addison-Wesley Publishers.
- Stacey, K. (2006). What is mathematical thinking and why is it important. *Progress report of the APEC project: collaborative studies on innovations for teaching*

*and learning mathematics in different cultures (II)—Lesson study focusing on mathematical thinking.*

- Sternberg, RJ. & Ben-Zeev, T. (1996). *The nature of mathematical thinking*. Routledge.
- Stewart, S. & Thomas, MO. (2009). A framework for mathematical thinking: The case of linear algebra. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 40(7), 951-961.
- Stockero, SL., Rupnow, RL. & Pascoe, AE. (2017). Learning to notice important student mathematical thinking in complex classroom interactions. *Teaching and Teacher Education*, 63, 384-395.
- Superfine, AC., Fisher, A., Bragelman, J. & Amador, JM. (2017). Shifting perspectives on preservice teachers' noticing of children's mathematical thinking. In *Teacher noticing: Bridging and Broadening Perspectives, Contexts, and Frameworks* (pp. 409-426). Springer, Cham.
- Superfine, A. ve Amador, J. & Bragelman, J. (2018). Facilitating video-based discussions to support prospective teacher noticing. *The Journal of Mathematical Behavior*, 54. [10.1016/j.jmathb.2018.11.002](https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.11.002).
- Szydlík, JE. (2000). Mathematical beliefs and conceptual understanding of the limit of a function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(3), 258–276. <https://doi.org/10.2307/749807>
- Şencan, H. (2005). Sosyal ve davranışsal ölçümlerde güvenilirlik ve geçerlilik, Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Şengül, S., Katrancı, Y. & Gerez-Cantimer, G. (2014). Metaphor perceptions of secondary school students about “mathematics teacher”. *The Journal of Academic Social Science Studies*, 25(1), 89- 111.
- Tall, D. (1995). Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking. In L. Meira ve D. Carraher (Eds.), *Proceedings of the 19th Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 1, pp. 61-75). Recife, Brasil: Universidade Federal de Pernambuco.
- Tall, D. (2002). *Advanced mathematical thinking*. USA: Kluwer Academic Publishers.
- Tall, D. (2004). Thinking through three worlds of mathematics. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 281–288.
- Tall, D. The transition to formal thinking in mathematics. *Math Ed Res J* 20, 5–24 (2008). <https://doi.org/10.1007/BF03217474>
- Taşdan, BT., Çelik, A. & Erduran, A. (2013). Matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme ve öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin

geliştirilmesi hakkındaki görüşlerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 21(4), 1487-1504.

Tataroğlu Taşdan, B. (2014). Matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerini matematiksel düşünmeyi destekleme bağlamında geliştirmeyi amaçlayan bir öğretim tasarımı. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Tosun, N. (2019). 9. sınıf öğrencilerinin açıortay konusunda matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı, Balıkesir.

Treffers, A. (1987). Three dimensions. A model of goal and theory description in mathematics education: The Wiskobas project. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.

Tsamir, P. & Tirosh, D. (1999). Consistency and representations: The case of actual infinity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 213–219. <https://doi.org/10.2307/749611>

Tuna, A. (2011). Trigonometri öğretiminde 5e öğrenme döngüsü modelinin öğrencilerin matematiksel düşünme ve akademik başarılarına etkisi. Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı, Ankara.

Tuncay, H. A. (2015). Matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Cumhuriyet Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Sivas.

Tüzün, M. (2019). Ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme aşamaları ile matematik öz yeterlilikleri arasındaki ilişkinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Ana Bilim Dalı, Konya.

Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(3), 234-243.

Vacc, NN. & Bright, GW. (1999). Elementary preservice teachers' changing beliefs and instructional use of children's mathematical thinking. *Journal for research in mathematics education*, 30(1), 89-110.

Van Es, EA. & Sherin, MG. (2008). Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and teacher education*, 24(2), 244-276.

Van Oers, B. (2010). Emergent mathematical thinking in the context of play. *Educational Studies in Mathematics*, 74(1), 23-37.

- Wager, AA. (2014). Noticing children's participation: Insights into teacher positionality toward equitable mathematics pedagogy. *Journal for Research in Mathematics Education*, 45(3), 312-350.
- Wager, AA., & Parks, AN. (2016). Assessing early number learning in play. *ZDM*, 48(7), 991-1002.
- Weber, K. (2008). How mathematicians determine if an argument is a valid proof. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39, 431-459.
- Weber, K. (2009). How syntactic reasoners can develop understanding, evaluate conjectures, and generate counterexamples in advanced mathematics. *The Journal of Mathematical Behavior*, 28(2-3), 200-208.
- Weber, K. & Mejia-Ramos, JP. (2011). Why and how mathematicians read proofs: An exploratory study. *Educational Studies in Mathematics*, 76(3), 329-344.
- Wilson, PH., Lee, HS. & Hollebrands, KF. (2011). Understanding prospective mathematics teachers' processes for making sense of students' work with technology. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(1), 39-64.
- Williams, SR. (2001). Predications of the limit concept: An application of repertory grids. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(4), 341-367.
- Woods, T., Williams, G. & McNeal, B. (2006). Children's mathematical thinking in different classroom cultures. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(3), 222-255.
- Yağdıran, B. (2018). Teknoloji destekli öğrenme ortamlarında 11. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Ankara.
- Yeşildere, S. (2006). Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6, 7 ve 8 sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi. Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Ana Bilim Dalı, İzmir.
- Yeşildere, S. & Türnüklü EB. (2007). Öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, cilt: 40(1), 181-213.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. Ankara: Seçkin Yayıncılık
- Yıldırım, C. (1988). Matematiksel düşünme. İstanbul: Remzi Kitabevi.
- Yıldırım, D. (2015). Ortaokul öğrencilerinin geometri problemlerindeki matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi,

Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı, Eskişehir.

- Yıldırım, D. (2017). Ortaokul öğrencilerinin geometri problemlerindeki matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi. Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı, Eskişehir.
- Yıldırım, D. & Yavuzsoy Köse, N. (2018). Ortaokul öğrencilerinin çokgen problemlerindeki matematiksel düşünme süreçleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(1), 605-633. DOI: 10.17240/aibuefd.2018..-362044
- Yıldız, C. (2016). Comparing the mathematical thinking experiences of students at faculty of education and faculty of arts and sciences. *TOJET: The Turkish Online Journal of Educational Technology-Special Issue for INTE 2016*, 480-488.
- Yılmaz, K. (2019). Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerine göre problem kurma süreçlerinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Eğitim Bilimleri Ana Bilim Dalı, Kırşehir.
- Yiğit, A. (2019). Matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Ankara.
- Yılmaz, R. & Argun, Z. (2017). Role of visualization in mathematical abstraction: the case of congruence concept. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 6, 1-1.
- Yoon, C., Thomas, MO. & Dreyfus, T. (2011). Gestures and insight in advanced mathematical thinking. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 42(7), 891-901.
- Yorulmaz, A. , Çokçalışkan, H. & Çelik, Ö. (2018). Sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel düşünceleri ile bireysel yenilikçilikleri arasındaki ilişkinin belirlenmesi . *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(2), 304-317. DOI: 10.24315/trkefd.321973
- Young-Loveridge, J. (2011). Assessing the mathematical thinking of young children in New Zealand: the initial school years. *Early Child Development and Care*, 181(2), 267-276.
- Yuzawa, M., Bart, WM., Yuzawa, M. & Junko, I. (2005). Young children's knowledge and strategies for comparing sizes. *Early Childhood Research Quarterly*, 20(2), 239-253.

## ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler	
Adı Soyadı	Müberra GÖK
Doğum Yeri	
Doğum Tarihi	
Uyruğu	<input checked="" type="checkbox"/> T.C. <input type="checkbox"/> Diğer:
Telefon	
E-Posta Adresi	
Eğitim Bilgileri	
Lisans	
Üniversite	Necmetin Erbakan Üniversitesi
Fakülte	Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi
Bölümü	İlköğretim Matematik Öğretmenliği
Mezuniyet Yılı	25.06.2012
Yayınlar	
<p>Cansız Aktaş, M., Coşkun Türkoğlu Z., Gök M. (2018). Türkiye'deki Sayı Duyusu Çalışmalarının Analizi: Bir Metasentez Çalışması. International Symposium on Multidisciplinary Studies, Ankara.</p> <p>Cansız Aktaş, M., Gök M., Coşkun Türkoğlu Z. (2018). Türkiye'deki Metafor Çalışmalarından Bir Meta-Sentez: Matematik ve İlişkili Bazı Kavramlar Örneği. International Symposium on Multidisciplinary Studies, Ankara.</p> <p>Gök M., Cansız Aktaş M. (2019). 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanında Çoklu Temsilleri Kullanma Becerilerinin İncelenmesi. 4th International symposium of Turkish Computer and Mathematics Education, Çeşme/İzmir.</p> <p>Gök M., Cansız Aktaş M. (2021). Matematik Eğitiminde Problem Çözme Üzerine Yapılan Çalışmaların Bibliyometrik Analiz Yöntemiyle İncelenmesi. 5th International symposium of Turkish Computer and Mathematics Education, Alanya/Antalya.</p>	