T. C.

ORDU ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ÖĞRETMENLERİ İLE ÖĞRETMEN ADAYLARININ KESİRLERLE BÖLMEYE YÖNELİK ÖĞRETİMSEL AÇIKLAMALARININ MATEMATİKSEL MODELLER BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

EMİNE AKTAŞ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

ORDU 2023

TEZ BİLDİRİMİ

Tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan ve kullanılan intihal tespit programının sonuçlarına göre; bu tezin yazılmasında bilimsel ahlak kurallarına uyulduğunu, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, tezin içerdiği yenilik ve sonuçların başka bir yerden alınmadığını, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, tezin herhangi bir kısmının bu üniversite veya başka bir üniversitedeki başka bir tez çalışması olarak sunulmadığını beyan ederim.

EMİNE AKTAŞ

ÖZET

MATEMATİK ÖĞRETMENLERİ İLE ÖĞRETMEN ADAYLARININ KESİRLERLE BÖLMEYE YÖNELİK ÖĞRETİMSEL AÇIKLAMALARININ MATEMATİKSEL MODELLER BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

EMİNE AKTAŞ
ORDU ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ, 98 SAYFA

(TEZ DANIŞMANI: Doç. Dr. Hayal YAVUZ MUMCU)

Bu araştırmanın amacı matematik öğretmenleri ile öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik öğretimsel açıklamalarının matematiksel modeller bağlamında incelenmesidir. Araştırma kapsamında durum çalışması tarama araştırması yönteminden yararlanılmıştır. Araştırmanın katılımcılarını Ordu ilinde görev yapmakta olan 2 matematik öğretmeni ile bir devlet üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında öğrenim görmekte olan 2 son sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışmanın katılımcılarının tespitinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden uygun örnekleme ile ölçüt örnekleme yöntemleri bir arada kullanılmıştır. Katılımcı seçiminde kullanılan ölçütler, çalışılacak öğretmenlerin en az 5 yıl mesleki deneyime sahip olmaları ve kendi alanlarında yüksek lisans yapıyor olmaları, öğretmen adaylarının ise lisans süreçlerinin son basamağında yer alan ve akademik başarı olarak sınıf ortalamasının orta ve üst grubunda bulunan öğrenciler olmalarıdır.

Bu araştırmada yer alan öğretmen ve öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamalarını değerlendirebilmek üzere araştırmacılar tarafından alan yazına bağlı olarak geliştirilen sekiz adet açık uçlu soru ile yarı yapılandırılmış görüşmeler kullanılmıştır. Çalışma kapsamında elde edilen verilerin analizinde ise araştırmacılar tarafından oluşturulmuş olan değerlendirme çerçevesi kullanılmıştır. Buna göre katılımcıların açık uçlu sorulara cevaben yaptıkları öğretimsel açıklamalarda kullandıkları matematiksel modeller iki farklı boyutta değerlendirilmiştir. Bunlar matematiksel ve pedagojik perspektiflerdir. Matematiksel perspektif boyutunda kullanılan modellerin özelliklerine, pedagojik perspektif boyutunda ise kullanım düzeylerine yer verilmiştir. Araştırma sonucunda öğretmenlerin kullandıkları öğretimsel açıklamaların öğretmen adaylarına nazaran beklenen düzeye daha yakın olduğu görülmüştür. Bununla birlikte farklı kategoriler göz önüne alındığında öğretmen ve öğretmen adaylarının doğruluk ve kavram düzeyi kategorilerindeki performansları birbirine yakın, izomorfizm kategorisinde ise eşit frekansa sahiptir. Kapsamlılık ve problem çözme kategorilerinde öğretmenler, öğretmen adaylarına nazaran daha iyi performanslar sergilemişlerdir. Epistemik düzeyde ise tek bir öğretmen dışındaki tüm katılımcılar yetersiz performans göstermiştir. Araştırma sonucunda ayrıca tüm katılımcıların kesirlerle bölme işleminde genel olarak matematiksel modelleri yeterli düzeyde kullanabilmelerine rağmen, kesrin özelliğine bağlı olarak süreç içerisinde tek bir modeli kullanmayı veya model kullanmamayı tercih ettikleri görülmüştür. Elde edilen sonuçlar alan yazınla ilişkili olarak tartışılmış ve konu ile ilgili olarak yürütülebilecek farklı çalışmalara ve öğrenme ortamlarına ilişkin önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Öğretimsel Açıklama, Matematiksel Modeller, Kesirlerle Bölme, Öğretmen ve Öğretmen Adayları

ABSTRACT

EXAMINING IN-SERVICE AND PRE-SERVICE MATHEMATICS TEACHERS' INSTRUCTIONAL EXPLANATIONS FOR DIVISION BY FRACTIONS IN THE CONTEXT OF MATHEMATICAL MODELS

EMİNE AKTAŞ

ORDU UNIVERSITY INSTITUTE OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION

MATHEMATICS TEACHER EDUCATION

MASTER THESIS, 98 PAGES

(SUPERVISOR: ASSOC. PROF. DR. HAYAL YAVUZ MUMCU)

The purpose of this research is to examine the instructional explanations of mathematics teachers and pre-service mathematics teachers regarding fraction division in the context of mathematical models. The study employed a case study survey method. The participants of the research consist of two mathematics teachers working in Ordu province and two senior students enrolled in the Elementary Mathematics Teaching program of a state university. Purposeful and criterion sampling methods were combined to select the participants. The criteria used in the selection of participants are that the teachers to be employed have at least 5 years of professional experience and that they are doing a master's degree in their field. The criteria for the selection of preservice teachers is that they are students in the last step of the undergraduate process and are in the middle and upper group of the class average in terms of academic success.

To evaluate the instructional explanations of the participating teachers and teacher candidates, researchers used 8 open-ended questions and semi-structured interviews. For data analysis, an evaluation framework developed by the researchers based on the literature was employed. Accordingly, the mathematical models used by the participants in their instructional explanations in response to open-ended questions were evaluated in two different dimensions. These are mathematical and pedagogical perspectives. The features of the models used in the mathematical perspective dimension and the levels of use in the pedagogical perspective dimension are included. As a result of the research, it was seen that the instructional explanations used by the teachers were closer to the expected level compared to the pre-service teachers. However, considering the different categories, it can be said that the performances of teachers and pre-service teachers in the categories of *accuracy* and *concept level* are close to each other and have equal frequency in the *isomorphism* category. In the *comprehensiveness* and *problem-solving* categories, the teachers performed better than the pre-service teachers. At the epistemic level, all participants except one teacher performed poorly. As a result of the research, it was also seen that although all participants were able to use mathematical models adequately in the division by fractions, they preferred to use a single model or not to use a model in the process, depending on the feature of the fraction. The results obtained were discussed in relation to the literature and suggestions were made regarding different studies and learning environments that could be carried out on the subject.

Keywords: Instructional Explanation, Mathematical Models, Fraction Division, Teachers and Teacher Candidates.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın ortaya çıkması sırasında pek çok arkadaşımın, hocamın ve ailemin desteğini gördüm. Öncelikle çalışmamın her aşamasında kıymetli fikirleri ve önerileriyle bana yol gösteren, yardımlarını esirgemeyen değerli hocam Sayın Doç. Dr. Hayal YAVUZ MUMCU'ya sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Aynı zamanda, tüm eğitim hayatım boyunca beni her zaman maddi ve manevi olarak destekleyen, eğitimim hakkında aldığım tüm kararları sorgulamadan her zaman yanımda olan sevgili annem Nuriye ALAYCI, sevgili babam Nurittin ALAYCI ve canım kardeşim İbrahim ALAYCI'ya, sonsuz teşekkür ederim. Ayrıca her konuda beni destekleyen mesafelerin bile kardeşler için önemsenmediği her an samimiyetini hissettiğim canım ablam Hava GÖRGÜLÜ'ye teşekkür ederim.

Son olarak hayatımın her alanında olduğu gibi yüksek lisans tez çalışmamda da maddi ve manevi olarak verdiği destek ve sabır için can yoldaşım, kıymetli eşim Dursun AKTAŞ'a teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

ÇİZELGE LİSTESİ

SİMGELER ve KISALTMALAR LİSTESİ

EARGED	:	Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı
K1	:	Katılımcı 1
K2	:	Katılımcı 2
K3	:	Katılımcı 3
K4	:	Katılımcı 4
MEB	:	Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM	:	The National Assesment of Educational Progress
Ö1	:	Öğrenci 1
Ö2	:	Öğrenci 2
Ö3	:	Öğrenci 3

EKLER LİSTESİ

<u>Sayfa</u>

1. GİRİŞ

Öğretimin niteliğini belirleyen en önemli unsurlardan biri öğretmen bilgisidir. Son yıllarda öğretmen bilgisinin öğrenme süreçlerindeki öneminin fark edilmesi, söz konusu bilginin daha yakından ele alınarak tanımlanmasına ve geliştirilmesine yönelik çalışmaların artmasına neden olmuştur (Baki, 2013; Bütün, 2012; Toluk-Uçar, 2011). Öğretmen bilgisi üzerine yürütülen çalışmalar Shulman'ın (1986) öğretmenin bilgisi için geliştirmiş olduğu kuramsal zemine dayanmaktadır. Buna göre öğretmen bilgisi; *i)* alan bilgisi (content knowledge), *ii)* pedagojik alan bilgisi (pedagogical content knowledge) ve *iii)* müfredat bilgisi (curriculum knowledge) olmak üzere üç temel bilgi türünden oluşmaktadır. Alan bilgisi, öğretmenin bir alandaki kavram, ilke ya da kurallara yönelik bilgisinin yanında, bu alandaki kavramların yapısını açıklayabilmedeki ustalığı olarak tanımlanmaktadır (Shulman, 1986). Pedagojik alan bilgisi ise, öğretmenin öğreteceği konuyu nasıl öğreteceğinin bilgisidir. Pedagojik alan bilgisinin temelinde konuyu öğretebilmek için bilgiyi öğrencinin kolay anlayabileceği şekle dönüştürmek yer alır. Bu ise ancak öğretmenlerin konuyu yorumladıklarında, konuyu sunmak için farklı yollar kullandıklarında ve konuyu öğrencinin anlayabileceği hale getirdiklerinde gerçekleşmektedir (Baki, 2013). Bunun için öğretmenin farklı sunuş şekilleri, gösterimleri, analojileri, örnekleri ve açıklamaları bilmesi gerekir (Shulman, 1986). Bu bağlamda pedagojik alan bilgisi ile hedeflenen içeriğin öğrencilere en açık ve anlamlı şekilde öğretilmesini sağlamaktadır (Shulman, 1987).

"Pedagojik alan bilgisi Shulman (1987) tarafından alan bilgisi ile pedagojik bilginin kesiştiği ve bu ikisi arasında köprü görevi gören bir bilgi türü olarak ifade edilmektedir" (aktaran Duran, 2017, s. 2).

> *Pedagojik alan bilgisi içeriğin öğrenenler için daha anlaşılır olmasını sağlamak amacıyla konu içeriğini gösterme ve formüle etme yollarıdır. Pedagojik alan bilgisi, ayrıca, neyin belirli konuların öğrenimini kolay ya da zor hale getirdiğini anlamayı, farklı yaş ve farklı alt yapılara sahip öğrencilerin öğretilen konu ve derslerde öğrenme ortamına gelirken getirmiş oldukları görüşleri ve öngörüşlerini içermektedir (Shulman, 1986, s. 9).*

Pedagojik alan bilgisi kavramı öğrencinin öğrenmesini kolaylaştırma bağlamında öğretmenin alan bilgisinin öğrencinin anlayacağı biçime dönüştürülmesidir (Van Driel ve ark., 1998). İlgili literatür incelendiğinde bazı çalışmalarda (Baxter ve Lederman, 1999; Van Driel ve ark., 2001; Magnusson ve ark., 1999; Gess-Newsome, 1999) pedagojik alan bilgisinin deneyim ile kazanıldığı ve deneysel bir bilgi olduğu ifade edilirken; bazı çalışmalarda ise öğretmenin sahip olduğu ve öğretim süreçleri içerisinde geliştirdiği bilgi, kavram, inanç ve değerlerden oluştuğu vurgulanmaktadır (Loughran ve ark., 2001; Loughran ve ark., 2004; Van Driel ve ark., 1998; Gess-Newsome, 1999). Pedagojik alan bilgisi öğretmenlerin sahip olması gereken yeterliklerinin önemli bir bileşenidir (Kleickmann ve ark., 2013; Gürbüz ve ark., 2013). Alan yazında yer alan farklı araştırmalar pedagojik alan bilgisinin çeşitli bileşenlerini (Carlsen, 1999; Cochran ve ark., 1991; Grossman, 1990; Marks, 1990) farklı biçimlerde ortaya koymuşlardır.

Staley (2004) pedagojik alan bilgisinin, öğretmenlerin alana özgü sahip oldukları bilgiyi kullanarak öğrencilerin öğrenme süreçlerini yorumlamalarını ve öğrenciyi bu süreçte yönlendirmelerini sağlayan bilgi türü olduğunu ifade etmektedir. Pedagojik alan bilgisinin, farklı birçok bilgi türünü içermekle birlikte bu bilgi türlerinden farklı biçimde tanımlanması, önemini artırmaktadır (Rollnick ve ark., 2008; Lee ve ark., 2007).

“Pedagojik alan bilgisinin önemli bir diğer yönü ise, öğrencilere konuyla ilgili kavramlarda disiplinli düşünme becerisi kazandırmak ve öğrencilerin kavramları algılamalarına yardımcı olmaktır” (Monte-Sano, 2011, s. 261). Alan yazın incelendiğinde etkili matematik öğretimini sağlamak amacıyla öncelikle pedagojik alan bilgisi daha derin olan öğretmenlerin öğrenci hatalarına karşı daha yapıcı davrandıkları, hatalarını düzeltmek için daha sabırla cevap verdikleri, öğrencilerin önemli matematiksel düşünceleri geliştirebilmeleri için tartışabilecekleri ortamları oluşturmaya özen gösterdikleri ve derslerinde doğru açıklamalar yaptıkları görülmektedir (Fennema ve ark., 1993; Hill ve ark., 2008; Lampert ve Blunk, 1998). Benzer biçimde öğretmenler tarafından ders esnasında yapılan açıklamaların, öğretmenin konu alan (Lachner ve Nückles, 2015) ve pedagojik alan (Ball vd. 2008; Baumert ve ark., 2010; Grossman ve McDonald, 2008) bilgisinin niteliği ile ilişkili olduğu söylenebilir. Bu bağlamda öğretmenler tarafından kullanılan açıklamaların pedagojik alan bilgisinin önemli bir boyutunu oluşturduğu söylenebilir ve bu önemine bağlı olarak bu araştırma kapsamında ele alınarak incelenmektedir.

1.1 Öğretimsel Açıklamalar

Öğretimsel açıklamalar, matematik öğretmenlerinin matematik dersi kapsamında öğrenciye sunduğu tüm içeriktir (Leinhardt, 2010) ve "bir öğrenci ya da öğrenci grubuna özel bir öğretim amacıyla tasarlanmış açıklamalardır" (Leinhardt ve Steele, 2005, s. 90).

"Öğretmenin öğrencilere konu alan bilgisini ilettiği etkinlik" (Leinhardt ve ark., aktaran Charalambous ve ark., 2011, s.443) olarak tanımlanan öğretimsel açıklamalar, öğretmenlerin alan bilgilerinin niteliği ile ilişkilidir (Inoue, 2009). Öğretimsel açıklamalar açık ya da örtük olarak öğretmen veya öğrenci tarafından öğretim amacıyla yapılan pedagojik faaliyetler olarak ele alınabilir (Leinhardt, 2001; Rey ve Fischer, 2013). Bu bağlamda bu araştırma kapsamında pedagojik alan bilgisinin önemli bir bileşeni olarak kullanılmaktadır. Bu araştırmada, öğretimsel açıklamalara odaklanılmasının sebepleri *i)* öğretimsel açıklamaların öğretim ortamının açık bir parçası olması (Leinhardt, 2001), *ii)* öğretimde yaygın olarak kullanılması (Chi ve ark., 2001; Perry,2000), *iii)* öğretimde önemli bir yerde bulunabilmesi (Leinhardt ve Steele, 2005; Renkl, 2002) ve *iv)* bir öğretmenin pedagojik performansının bütüncül ve daha iyi gözlemlenmesine yardımcı olması olarak sıralanabilir.

Öğretimsel açıklamalar sadece sözel açıklamaları değil, öğrencinin kavramsal düzeyde öğrenme süreçlerinin içerisinde yer almasını sağlayacak tüm faaliyetleri içermektedir. Söz konusu faaliyetler yeni bir kavramın öğretimi, öğrenci sorularının yanıtlanması ve öğrenci hatalarının giderilmesini içermektedir (Charalambos ve ark., 2011). Kavramsal düzeyde öğrenmenin gerçekleştirilmesi için kullanılan öğretimsel açıklamaların nitelikli olması gerekmektedir. Bunun için öğretmenin etkili öğretim yöntem ve pedagojilerini, açıklamaları, temsil ve modelleri iyi bilmesi ve kullanabilmesi gerekmektedir. Farklı bir ifade ile öğretmenin öğrenme sürecini zorlaştıran ve kolaylaştıran faktörleri bilmesi önemlidir. İyi öğretimsel açıklamalar, öğrencilerin var olan bilgilerinden hareket ederek öğrenmeleri gerekenlere geçişte öncelikle araştırılan temel problemi oluşturur ve öğrencilerin mevcut kavram ve becerileri üzerine kurulur. Nitelikli öğretimsel açıklamalar aynı zamanda öğrencilerin zorluklarını ve kavram yanılgılarını dikkate alır, ne öğrenileceğini net olarak sunar, bilgileri parçalar, sıralar ve öğrenme hedefine doğru bir hiyerarşiyle ilerler (Charalambous ve ark., 2011). Charalambous ve ark., (2011) çalışmasında ifade edilen iyi öğretimsel açıklamalar için geçerli değerlendirme kriterleri aşağıda verilmiştir.

- ✓ Anlamlı ve anlaşılması kolaydır.
- ✓ Anahtar terim ve kavramları iyi tanımlar.
- ✓ Önemli matematiksel fikirleri kullanır ve vurgular.
- ✓ Düşünce sürecini hiçbir adımı atlamadan adım adım açıklar.
- ✓ Ardışık adımlar arasındaki geçişleri netleştirir.
- ✓ Dinleyiciyi göz önünde bulundurarak O'nun için uygun dili kullanır.
- ✓ Duruma uygun örnekleri ve mümkünse gösterimleri uygun şekilde kullanır (örneğin, bir matematiksel prosedürü açıklarken, bu prosedürdeki her adım, kullanılan görsel temsille açıkça eşlenir).
- ✓ Ele alınan soruyu netleştirir ve nasıl cevaplandığını gösterir.

Wittwer ve Renkl (2008) tarafından etkili öğretimsel açıklamaların dört tane ayırt edici özelliği aşağıda verilmiştir.

- ✓ Uyarlanabilir olmalı
- ✓ Kavram ve ilkelere odaklanmalı
- ✓ Öğrencilerin devam eden bilişsel aktivitelerini dikkate almalı
- ✓ Bunların yerini almamalı

Kinach (2002b) iyi bir öğretimsel açıklamanın göstergelerini aşağıdaki şekilde ele almaktadır.

- ✓ İyi bir öğretimsel açıklama «NİÇİN» sorusunun cevabını verebilmeli.
- ✓ Matematiksel nedenler öğretimsel açıklamaların temelini oluşturmalı.
- ✓ Açıklamalar, problem sözdizimini ve problem bağlamının mantığını kullanarak matematiksel sembol ve gösterimlerin farklı anlamlarını ayırt etmeyi sağlamalı.
- ✓ Manipülatifleri veya diğer temsilleri/gösterimleri içeren açıklamalar, her matematiksel fikri farklı şekilde simgeleyerek farklı matematiksel anlamları ayırt edebilmeli.

Bazı araştırmacılar, alan bilgisini, pedagojik olarak uygun biçimlere dönüştürmeyi içeren (Dewey, 1906) öğretimsel açıklamaların öğretimin merkezinde yer aldığını ifade etmektedirler (bkz. Acuña ve ark., 2011; Charalambous ve ark., 2011). Martin (1970) öğretimsel açıklamaların basit bir şekilde içeriği sunmaktan ziyade öğrencilerin anlamlı öğrenmesini desteklemesi gerektiğini ifade etmektedir. Alan yazında öğretimsel açıklamaların kullanıldığı farklı durumlar araştırmacılar tarafından farklı biçimlerde ifade edilmiştir. Leinhardt (2001) çalışmasında; matematik öğretiminde öğretimsel açıklamaların konunun niteliğine göre aşağıdaki durumlar için kullanıldığı ifade edilmektedir. Bunlar;

- İşlemler, fonksiyonlar, algoritmalar ve yinelemeler gibi prosedürel öğeler
- Temsiller ve modeller
- İlkeler
- Bilişsel sorgulamalar

olmak üzere dört kategoride gösterilmiştir.

Prosedürel öğelerle ilgili öğretimsel açıklamalar, matematiksel ilke ve kuralları kullanarak "nasıl" sorusuna verilen yanıtları içermekle birlikte, üzerinde çalıştıkları varlıkların (sayılar, şekiller veya grafikler gibi) özelliklerini de içerir. Schmidt-Thieme (2009), bu tür açıklamaların, bir kişinin cebirdeki herhangi bir hesaplamayı doğru biçimde yapmasından, geometride bir şeklin nasıl çizileceğini açıklamaya kadar birçok eylemin doğru bir şekilde nasıl gerçekleştirilebileceği sorusuna cevap verdiğini ifade etmektedir. Bu açıklamalarda, bir dizi eylemi gerçekleştirmede otomatikleştirmeye mi yoksa temel matematik ilkelerinin anlaşılmasına mı ağırlık verileceği, matematik eğitimindeki yaklaşımlara veya belirli öğretim hedeflerine bağlıdır. Bu kategoride yapılan öğretimsel açıklamalar örnek olarak kesirlerle bölme işleminde ters çevirip çarpma algoritmasının açıklanması gösterilebilir.

Bazı matematiksel konular genellikle belirli temsillerin/gösterimlerin veya modellerin kullanımını gerektirir. Bununla birlikte matematiksel bir gösterimin kendisi öğretimsel açıklamanın içeriğini oluşturabilir. Bir gösterimin/ temsilin seçimi, içeriğin belirli özelliklerini ön plana çıkaran veya belirli özelliklerini önemsiz kılan kavramsal sonuçlara neden olabilir ve buna bağlı olarak öğretimsel açıklamanın niteliğini keskin bir şekilde değiştirebilir. Temsiller ve modellerin kullanıldığı öğretimsel açıklamalar örnek olarak, cebir öğrenme alanına ilişkin iki kare farkı özdeşliğinin modellenmesi verilebilir.

İlkeler herhangi bir disiplin alanının işleyişini ve sınırlarını tanımlarlar. Prensipleri (ilkeleri) içeren öğretimsel açıklamalar, matematiksel bazı eylemlerin önceki varsayımlarla tutarlı olarak nasıl çalıştığı, bazılarının ise çalışmadığı fikrini öğretmeyi hedefler. Bütünsellik (bağlantılılık), değişebilirlik ve ispat kavramı gibi kavramları içerir. İlkeler hakkındaki öğretimsel açıklamalar "ne" veya "neden" sorularına verilen cevaplardır; yani kavramsal tanımlara, olgulara, nedenlere veya ilişkilere atıfta bulunabilirler. Bu kategoride yapılan öğretimsel açıklamalara örnek olarak ondalık kesir kavramı ve kesir ilişkisi verilebilir. Burada yapılan öğretimsel açıklamada ondalık ifadelerde kullanılan virgülün ne anlama geldiği matematiksel ilkelerle ilişkili olarak verilebilir.

Bilişsel sorgulamalar kategorisi, problem çözme metotları gibi matematiksel akıl yürütme araçlarını ele alır. Ayrıca matematiksel anlamlandırma süreçleriyle de ilgilidir. Matematiksel notasyonlar, matematiksel muhakemeyi desteklemeye yardımcı olması açısından bilişsel sistemlerin bir parçası olarak kabul edilir. Bu kategori, açıklanacak olguya bağlı olarak "ne", "nasıl" veya "neden" sorularıyla ilişkilendirilebilir. Bu kategoride yapılan öğretimsel açıklamalara örnek olarak bölme işleminde bölünen sayı içerisinde bölenin bulunamadığı durumlarda bölüme “0” yazılması durumu verilebilir. Söz konusu duruma ilişkin öğrenciler sorgulama süreçlerine yönlendirilebilir ve bu durumun matematiksel gerekçelerinin neler olabileceği sorgulatılabilir.

Bununla birlikte öğretimsel açıklamalar birçok farklı amaca hizmet edebilir, buna bağlı olarak bir dersin farklı aşamalarında kullanılabilirler. Bir dersin girişinde birincil öğretim stratejisi olabilir, öğrenci ile bire bir çalışmalarda kullanılabilir, öğrenci sorularına cevap vermek amacıyla kullanılabilir, öğrencilerde kavram yanılgısına dair ipuçları gözlendiğinde söz konusu yanılgıları gidermek veya öğrencilerin sahip oldukları hata/yanılgıların farkına varmalarını sağlamak amacıyla kullanılabilirler (Charalambous et al., 2011; Perry, 2000; Wittwer ve Renkl, 2008). Grossman ve McDonald (2008), Leinhardt ve ark., (1991) ile Martin (1970) öğretimsel açıklamaların kullanım amaçlarını aşağıdaki içerikle ifade etmişlerdir.

- ✓ Yeni bir içeriği öğrenciye tanıtma,
- ✓ Öğrencilerin sorularını yanıtlama ve

- ✓ Öğrencilerin sahip oldukları hata veya kavram yanılgıların farkına varmalarını sağlama

Buraya kadar pedagojik alan bilgisi kavramı ve bununla ilişkili olarak öğretimsel açıklamaların öneminden bahsedilmiştir. Öğretimsel açıklamalar özellikle matematik eğitimi söz konusu olduğunda soyut kavramların öğrenciler tarafından tam olarak anlaşılabilmesi açısından oldukça önemlidir. Bu bağlamda öğrenciler için anlaşılması güç kavramlardan biri olan “kesir” kavramının öğretimi süreçlerinde öğretimsel açıklamaların nasıl kullanıldığının araştırılması önem arz etmektedir.

1.2 Kesirlerin Öğretimi ve Öğretimsel Açıklamalar

Kesir kavramı matematikte öğrenilen ilk soyut kavramlardan biridir (Pesen, 2007). Bununla birlikte kavramın günlük yaşamda geniş bir kullanım alanı mevcuttur. Kesir kavramı matematikte farklı birçok kavramla da ilişkilidir. Bunlar yüzde, oran-orantı, rasyonel sayı vb. olarak sayılabilir. Söz konusu ilişkiden dolayı kavramın iyi öğrenilmesi ilişkili olduğu diğer kavramların da öğrenilmesine olumlu katkı sağlayacaktır. Ayrıca kesir kavramının anlamlı öğrenilmesi, öğrencilerin daha soyut kavramları oluşturma süreçlerine, problem çözme becerilerine ve bu bağlamda matematik başarılarına da olumlu katkı sağlayacaktır (Alacacı, 2010).

Kesir kavramının farklı anlamlarına yönelik Lamon (2007) *i)* parça-bütün, *ii)* ölçme, *iii)* bölme, *iv)* işlemci ve *v)* oran olmak üzere beş farklı anlam ortaya koymaktadır. Buna göre parça-bütün anlamı, bir bütünün fiziki ya da zihinden parçalara ayrılması olarak tarif edilebilir (Sowder, 1995). Lamon’a (2007) göre ölçü anlamı, kesrin büyüklüğü ile ilişkilidir ve kesirlerin günlük yaşamda niceliklerin ölçülmesi bağlamında kullanımına vurgu yapmaktadır. Bölme anlamı, payın paydaya bölündüğünde ulaşılan matematiksel sonuç olarak ifade edilebilir (Kieren, 1993). İşlemci anlamı ise, bir doğal sayıya uygulanan çarpımsal işlem olarak düşünülmektedir (Behr ve ark., 1993). Son olarak kesrin oran anlamında kullanımı payın paydaya oranını ifade etmektedir.

Örgün eğitimin her aşamasında kesirler konusu işlenmekte ve kesir kavramını temel alan diğer konulara yer verilmektedir. Kesir kavramının temeli okul öncesi dönemde çeyrek ve yarım kavramlarıyla başlamaktadır (Olkun ve Toluk-Uçar, 2006, s. 61). Milli Eğitim Bakanlığı’nın 2018 yılında yayımladığı Matematik Dersi Öğretim

Programı’na göre (MEB, 2018) öğrenciler, ilkokul birinci sınıfta bütün ve yarım kavramları ile tanıştırılırken ikinci sınıfta bütün, yarım ve çeyrek ilişkisini öğrenmektedir. Üçüncü sınıfta parça-bütün ilişkisine odaklanarak kesir kavramıyla ilişkili terimler tanıtılmakta, birim kesir kavramı öğretilmekte, pay ve payda arasındaki ilişki vurgulanmakta, son olarak dördüncü sınıfta ise farklı tür kesirler öğrencilere öğretilmektedir. Ayrıca paydaları eşit kesirler ile toplama ve çıkarma işlemleri yine dördüncü sınıfta öğretilmektedir. Ortaokul 5. sınıf seviyesinde ise öğrencilerin tam sayılı ve bileşik kesir kavramlarını ilişkisel bir yolla öğrenmeleri, bunlar arasında dönüşüm yapmaları, payları veya paydaları eşit olan veya birinin paydası diğerinin katı olan kesirleri sıralamaları, bu kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapmaları ve bu işlemleri anlamlı biçimde öğrenmeleri beklenmektedir. 6. sınıf seviyesinde kesirleri sıralama, karşılaştırma ve kesirlerle işlem yapmaya yönelik kazanımlar yer almaktadır. 7 ve 8. sınıf seviyesinde ise kesirlerle ilişkili olan matematiksel kavramlar yer almaktadır. Görüldüğü gibi kesirler tüm eğitim kademelerinde öğretilmesi hedeflenen kavramlardan biridir. Ayrıca kesirler, diğer soyut kavram ve konuların öğretiminde hazırlık basamağı olarak yer almaktadır.

Yapılan çalışmalar öğrencilerin tüm kademlerde kesir kavramını öğrenmekte güçlük yaşadıklarını göstermektedir. Bu güçlükler, kesrin matematiksel yapısından ve öğretimiyle ilgili süreçlerden kaynaklanmaktadır (Birgin ve Gürbüz, 2009; Soylu ve Soylu, 2005; Yazgan, 2007; Yılmaz ve Yenilmez, 2008). Başka bir neden ise kavramın soyut yapısıdır. Bu nedenle kesrin anlamlı öğretimi için, somutlaştırılması, farklı temsil ve gösterim biçimleriyle desteklenmesi gerekmektedir.

Öğrenciler kesirleri öğrenirken fazla güçlük yaşamaktadırlar. Nitekim Amerika Birleşik Devletleri’nde uygulanan NAEP (The National Assessment of Educational Progress) araştırma sonuçları, öğrencilerin kesirleri anlama konusunda güçlük yaşadıklarını göstermektedir (Sowder ve Wearne, 2006). EARGED (2003) Türkiye’deki öğrencilerin kesirlerin anlamlandırılma noktasında alt düzeyde yer aldıklarını göstermiştir. Araştırmacılar, kesirlerin öğretiminin ve öğreniminin karmaşık olmasına sebebiyet veren bir etmeni de kesirlerin çok yönlü bir yapıya sahip olması biçiminde ifade etmişlerdir (Kieren, 1995; Lamon, 2001).

Öğrenciler, kesir kavramında olduğu gibi kesirlerle işlemler konusunda da fazla güçlük yaşamaktadırlar. Öğrencilerin kesir işleminde zorlanmalarının diğer bir sebebinin kavram ve özelliklerin öğrenciler tarafından anlamlandırılmadan kuralcı bir yaklaşımla ezberlenmesi olduğu görülmüştür (Bulgar, 2003). Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerinin günlük yaşamla ilişkilendirilmesi ve bu işlemlerin şekillerle gösterilmesinde (Mack, 1990), sayı doğrusu üzerinde göstermede (Witzel ve Little, 2016), kesirlerle toplama işleminde bir doğal sayı ile bir kesrin toplanmasında (Ball, 1990), kesirlerle toplama-çıkarmada ortak paydayı bulmada (Karp ve Bay- Williams, 2010) ve en çok kesir sayısı tam sayıların çarpımı ya da bölümünde (Huinker, 2002) öğrenciler tarafından güçlük yaşanmaktadır. Birçok araştırmacı kesirlerle işlemlerde öğrencilere en zor gelen (Carpenter ve ark., 1988; Bulgar, 2003; Ma, 1999; Tirosh, 2000) ve öğrencilerin çoğu zaman düşük performans sergiledikleri işlemin bölme işlemi olduğunu ifade etmiştir. Sadi (2007) öğrencilerin bölme işleminde zorlanmasının nedenlerinden birini, bölme işleminde bölünen sayının bölen sayıdan her zaman büyük olması gerektiğini düşünmeleri olduğunu ifade etmektedir. Aynı şekilde kesirlerle bölmenin küçük sayının büyük sayıya bölünmesinin mümkün olmayacağından kaynaklandığını ifade etmiştir (Fischbein ve ark., 1993). Araştırmacılar, öğrencilerin kesirlerde bölme işlemine yönelik bazı yanılgılarının olduğunu göstermiştir. Bu yanılgılar aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- ❖ Bölme işleminde bölen sayı yerine bölüneni ters çevirmek veya payları ve paydaları çarpmadan önce bölen ve bölünen sayıyı ters çevirmek (Ashlock, 1990; Barash ve Klein,1996).
- ❖ Bölme işleminin değişmeli olduğunun düşünülmesi (Hart, 1993).
- ❖ Bölme işleminde örneğin 50÷1/2 işleminin sonucunun 50’den küçük olduğunun düşünülmesi (Tirosh ve Graeber, 1989).
- ❖ Bir doğal sayının bir kesre bölümünde iki doğal sayıyı bölüyor gibi yani “2÷1/3” işlemini “2÷3” olarak düşünme (Ma, 1999).

Bu hataların bir nedeni, öğrencilerin bölme işlemi algoritmasını anlamaya gerek duymadan ezberlemeleri ve işlemin gerçek anlamından uzaklaşmaları olarak ifade edilebilir. Bir algoritma öğrencilere anlamsız bir sıra dizi olarak öğretildiğinde öğrenciler bunu sırasıyla uygulamayı unutabilir veya hatalı değişimler yapabilmektedir (Tirosh, 2000). Kesirlerle bölme işleminde yaşanan güçlükler ve hataların giderilmesi için ise somutlaştırma ve bağlamlar kullanılabilir, öğretmenler tarafından kavramsal ve işlemsel bilgi arasında bağ kurulması ve çözüme yönelik öğrencilerin tahminleri değerlendirilebilir. Öğrencilerin daha yüksek anlama düzeyine ulaşmaları için çoklu gösterimler, çoklu yaklaşımlar, açıklama ve gerekçelendirme kullanmak en etkili yöntem olmaktadır (Harvey, 2012; Flowers, Grant ve Lo, 2007; Pantziara ve Philippou, 2012). Öğrencilerin kesirlerle işlemler yaparken problemlerin birden fazla yöntemle çözülmesinin, çözüm sürecinde sayı doğrusu gibi modeller kullanılmasının ve çözüm yolunun mantığının sözlü ve yazılı olarak anlatılmasının sayıların ve işlemlerin anlamını kavramada önemli işlevi bulunduğunu ifade etmektedirler.

1.3 Matematiksel Temsil-Modeller

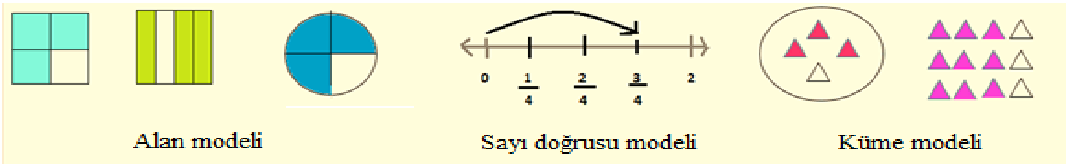
Lesh ve Doerr (2000) temsil ve model kavramlarının herkes tarafından ortak kullanılan tek bir doğru anlamı olmadığını ifade etmekte ve 'model' kavramını (i) elemanlardan, (ii) elemanlar arasındaki ilişkilerden, (iii) elemanlar arasındaki ilişkileri açıklayan işlemlerden ve (iv) önceki ilişkiler ve işlemler üzerine kurulu simetri, değişebilirlik veya geçişlilik gibi kalıp veya kurallardan oluşan bir sistem olarak açıklamaktadır. Model terimi, modellenen sistemlerin özelliklerini vurgulamaktayken, temsil terimi bu sistemler içindeki nesnelere dikkat çekmektedir. Modeller, işleyen bütün sistemlere atıfta bulunma eğilimindeyken, temsiller işlev görmesi için manipülasyonların ve ilişkilerin eklenmesi gereken eylemsiz nesne koleksiyonları olarak ele alınma eğilimindedirler (Lesh ve Doerr, 2000, aktaran Yavuz Mumcu, 2023). NCTM (2000) dokümanında ortaöğretim seviyesinde öğrencilerin fiziksel, sosyal ve matematiksel olguları modellemek için temsilleri kullandıkları ifade edilmektedir. Dolayısıyla modelleme süreçlerinde matematiksel temsillerin kullanıldığı, buna bağlı olarak da temsillerin bir çeşit matematiksel model olarak işlev gördüğü söylenebilir.

Temsiller, onluk taban blokları gibi malzemelerden diyagramlara veya bilgisayar simülasyonlarına kadar geniş öğeleri içermektedir. Öğretimsel açıklamalarla ilişkilendirildiğinde, onların gelişimini teşvik edebilecek araçlardır (Leinhardt, 2001). Örneğin, yüzde kavramı için kullanılan pasta grafikleri veya yüzlük kareler, bir bütünün parçası kavramını öğretmek için etkili bir yöntemdir. Negatif sayıların öğretiminde kullanılan sayı doğrusu temsili, tamsayıların konumsal veya mutlak değer yönünü açıklamak için kullanılabilir. Lesh ve Doerr (2000), model kavramını "gerçek yaşam durumlarını temsil etmek için matematiksel kavramlar ve bunlar arasındaki ilişkilerden oluşan bir sistem" (aktaran, Yavuz Mumcu, 2023, s. 73) olarak tanımlamaktadır. Lesh ve Carmano'a (2003) göre ise matematiksel modeller bilişsel ve kavramsal bileşenlere sahiptir. "Bir problem durumu veya matematiksel bir kavrama ilişkin bireyin sahip olduğu algı ve düşüncelerinin tamamı bireyin bu duruma ilişkin bilişsel modelini oluştururken bu algı ve düşüncelerin dış dünyaya aktarılmasında kullanılan semboller, cebirsel ifadeler, şekil, şema ve grafikler gibi temsillerden oluşan yapılar ise bireyin mevcut duruma ilişkin kavramsal modelini oluşturmaktadır" (Lesh ve Carmano, 2003, aktaran Bayazit ve ark., 2011, s. 2497).

Bilişsel ve kavramsal boyut ayrımı söz konusu olmadan "daha genel bir yaklaşımla model; matematiksel düşünceleri açıklamak ve temsil etmek için kullanılan gösterimlerden oluşan yapılar ve bu yapıların anlaşılması ve yorumlanmasında sergilenen düşüncelerin bileşiminden oluşan bir sistem" olarak kabul edilmektedir (Bayazit ve ark., 2011, s. 2498). Kısacası çizimler, diyagramlar, haritalar, fiziksel kopyalar, matematiksel fonksiyonlar ve simülasyonlar olarak ifade edilen temsiller, matematiksel modellerin bileşenleri olarak ifade edilebilir (Lehrer ve Schauble, 2010). Bu bağlamda Gierre (1988) matematiksel modellemenin; bilime özgü hatta bilimi tanımlayan bir açıklama biçimi olduğunu söylemektedir. Dolayısıyla matematiksel modellerin öğretimsel açıklamaların önemli bir bileşeni olduğu görülmektedir. Söz konusu öneme bağlı olarak bu çalışma kapsamında ele alınan öğretimsel açıklamalar matematiksel modeller bağlamında incelenecektir. Zira yapılan çalışmalar, öğretimsel açıklamalarda yer alan matematiksel temsil ve modellerin açıklamaya yön veren önemli bir bileşen olduğunu ifade etmektedir. Charalambous ve ark., (2011) ilişkisel anlamayı sağlayan eksiksiz, hatasız ve ilişkilendirilmiş açıklamaların genel olarak bilinen temsiller/gösterimler ve örnekler üzerine inşa edildiğini ifade etmektedir.

1.4 Kesirlerin Öğretiminde Kullanılan Matematiksel Modeller

Kesirlerin öğretiminde öğrencilerin okul öncesi döneme ilişkin günlük yaşamlarından yola çıkmak uygun bir yaklaşımdır (Albayrak, 2010). Bu yaklaşım doğrultusunda Doğan-Temur (2011), iyi bir kesir öğretimi için, kural ve algoritmaların ezberletilmesi yerine, kavram ve olguların gerçek yaşam durumları bağlamında kullanılması ve farklı gösterim ve temsiller yardımıyla görselleştirilmesi yoluna gidilmesi gerektiğini ifade etmektedir. Baykul (2009), kesir öğretiminde özellikle matematiksel modellerin kullanılması gerektiğini vurgulamakta ve ilgili çalışmada bu modelleri *i)* alan ya da bölge modeli, *ii)* uzunluk (sayı doğrusu) modeli, *iii)* küme veya çokluk modelleri olarak ifade etmektedir. Örneğin ¾ kesir sayısı için kullanılan modeller, Şekil 1.1'de verilmiştir.



Şekil 1.1 Kesir Öğretiminde Kullanılan Modeller (Baykul, 2009, s. 239)

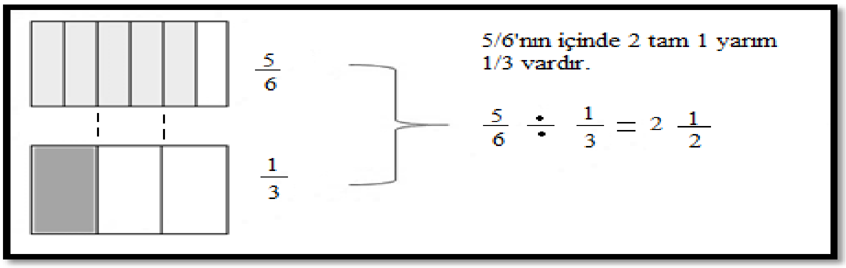
Kesirlerle işlemlerin öğretiminde alan, uzunluk ve küme modellerinin kullanımı önerilmektedir (Van de Walle ve ark., 2010). Literatürde konunun içeriğine göre modelin seçilmesi gerektiği, her modelin kesirlerle yapılan tüm işlemler için uygun olamayacağı ifade edilmiştir. Bezuk ve Cramer (1989) işlemlerin öğretiminde alan modelinin kullanımını, Kieren (1988) ise alan modellerinin öncelikle düzgün geometrik şekillerden oluşması gerektiğini önermektedir. Alan modelinde ise araştırmacılar çoğunlukla daire (Cramer ve ark., 2008) ve dikdörtgensel (Olkun ve Toluk-Uçar, 2012; Pesen, 2008) modelin kullanımına öncelik vermektedirler.

Van de Walle ve ark., (2010) en iyi ve en etkili stratejinin öğrenci tarafından bulunmuş strateji olduğunu belirtmektedir. Öğrenci tarafından bu şekilde gerçekleştirilen akıl yürütmeler ve öğretimin başlangıcında öğrencilerin istenen modele yönlendirilmesinden ziyade, kendi fikirlerinde serbest bırakılması önemli görülmektedir. Aynı çalışmada öğrencilerin daha fazla strateji paylaşabildiği ve bunları sayı doğrusunda gösterebildiğinde bir kesri nasıl ekleyip çıkaracaklarını seçme konusunda daha esnek hale gelecekleri belirtilmektedir.

Aşağıda kesirlerle bölme işlemlerinin alan, sayı doğrusu ve sayma nesnesi modelleri ile gösterimleri örneklendirilmiştir.

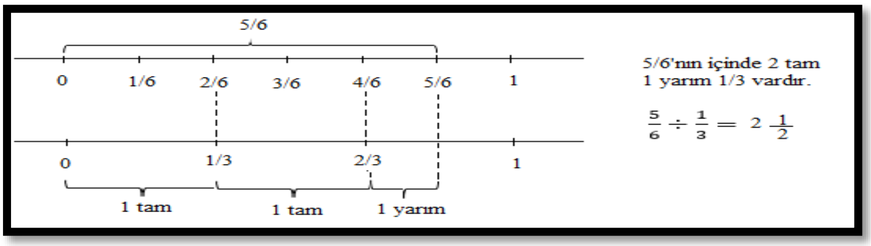
1.4.1 Bölme İşleminin Farklı Modellerle Gösterimi

$\frac{5}{6} \div \frac{1}{3} = \frac{5}{2}$ işleminin alan modeli ile gösterimi aşağıda örneklendirilmiştir.



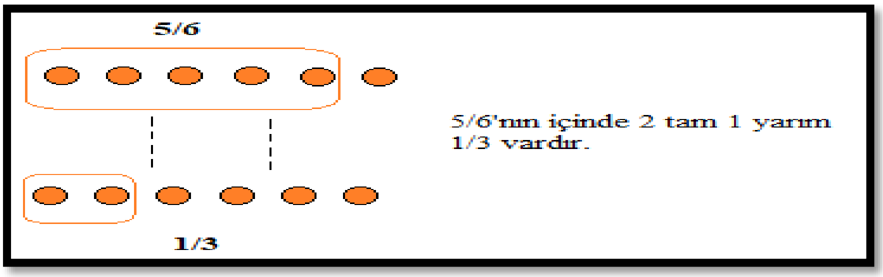
Şekil 1.2 Kesirlerle Bölmenin Alan Modeli

$\frac{5}{6} \div \frac{1}{3} = \frac{5}{2}$ işleminin uzunluk modeli ile gösterimi aşağıdaki şekildedir.



Şekil 1.3 Kesirlerle Bölmenin Uzunluk Modeli

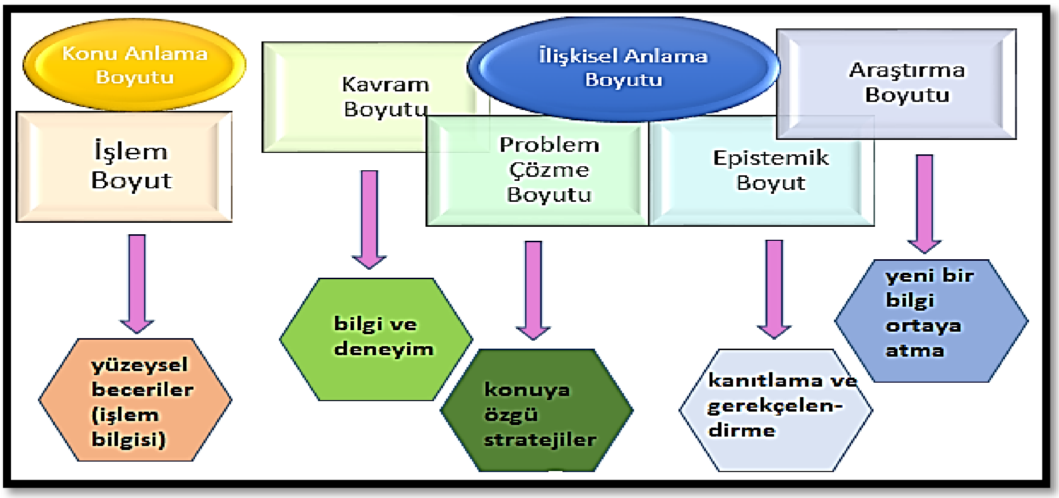
$\frac{5}{6} \div \frac{1}{3} = \frac{5}{2}$ işleminin küme modeli ile gösterimi aşağıdaki şekildedir.



Şekil 1.4 Kesirlerle Bölmenin Küme Modeli

1.5 Öğretimsel Açıklamaların Değerlendirilmesi

Öğretmenin sahip olduğu matematiksel bilgi, kullandıkları öğretimsel açıklamaları etkileyebilir mi? fikrinden yola çıkarak Kinach (2002a), öğretmen adaylarının matematik bilgilerinin önemini ve bunların öğretimsel açıklamalardaki etkisini belirlemek istemiştir. Bundan dolayı Skemp (1978), Perkins ve Simmon (1988) matematik bilgisini temel alan, matematik ve pedagojik alan bilgisinin kalitesini değerlendirmeyi sağlayan bir değerlendirme çerçevesi oluşturmuştur. Bu çerçeve doğrultusunda Kinach (2002a; 2002b) öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamalarını aşağıdaki (Şekil 1.2) gibi karakterize etmiştir.



Şekil 1.5 Kinach (2002) Öğretimsel Açıklamalar için Değerlendirme Çerçevesi

İşlemsel boyut, öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarında sadece tanım, yöntem, kural ve prosedürleri açıklaması, ancak bunların altında yatan nedenleri açıklamamasıdır (Kinach, 2002a). Kinach (2002a; 2002b) işlemsel boyutta yapılan öğretimsel açıklamaların matematiksel süreçlerde öğretmenler tarafından yapılan işlem ve algoritmaların gerçek anlamlarını ve gerekçelerini içermediğini ve tamamen kural temelli ezbere bilgiye yer verdiğini ifade etmiştir. Baki (2013) yürüttüğü çalışmada Kinach (2002a; 2002b) tarafından geliştirilmiş olan çerçeveyi kullanmış ve öğretmenlerin işlemsel boyutta ortaya koydukları öğretimsel açıklamaları, *ne* ve *nasıl* soruları cevaplanmadan, matematiksel işlemlerin yürütülmesinde öğrenciye ezbere verilen kural ve prosedürlerin kullanıldığı süreçler olarak değerlendirmiştir. İşlemsel boyutta yapılan öğretimsel açıklamalara örnek olarak kesir öğretiminde öğretmenin kural temelli bir yaklaşımla ters çevir çarp algoritmasını öğrenciye açıklaması ve algoritmanın nedenleri ve gerekçeleri üzerinde durmaması gösterilebilir.

Kinach (2002a; 2002b) çalışmasında ilişkisel boyut; *i)* kavram boyutu, *ii)* problem çözme boyutu, *iii)* epistemik boyut ve *iv)* araştırma boyutları olarak ifade edilmektedir. İlgili çalışmalarda bu boyutlar arasında hiçbir hiyerarşi olmadığını belirtilmektedir. Bu doğrultuda kavram boyutunda yer alan öğretimsel açıklamaların, matematiksel kavramlar hakkında bilgi ve deneyimleri içeren ifadeler olduğu söylenebilir (Kinach, 2002a). Bu boyutta kavramın özellikleri ve kavramın sahip olduğu farklı anlamlar kullanılmaktadır (aktaran Alkan, 2016). Baki (2013) kavramsal boyutta yapılan öğretimsel açıklamalar için ne ve nasıl sorularının arkasında yatan nedenlerin ortaya konularak, matematiksel süreçlerin açıklanması olarak ifade etmektedir. Bu duruma örnek olarak çarpma işleminin anlamı ve algoritmasının basamak kaydırma ve elde kavramlarının ne anlama geldiğinin matematiksel modellerden yararlanarak açıklanması gösterilebilir.

Problem çözme boyutunda yapılan öğretimsel açıklamalar, matematiğin bulmacalarını, sorularını ve ikilemlerini oluşturmak ve çözmek için kullanılan analitik araç ve yöntemleri içermektedir. Bu boyutta öğretmenler tarafından, tümdengelimli düşünme veya matematiksel modelleme gibi genel analitik stratejiler ve disipline özgü problem çözme teknikleri kullanılmaktadır. Bu düzeyde ayrıca kişinin kendi düşüncesini izlemesi için ihtiyaç duyduğu üstbilişsel stratejiler de yer almaktadır (Perkins, 1992). Matematikte bu seviyedeki karakteristik anlama performansları, bir model bulma, geriye doğru çalışma, benzer bir problemi çözme, kavramları öğrenildiği durumdan farklı durumlarda uygulama veya fiziksel/ sosyal fenomenleri modellemek için matematiksel temsiller oluşturma gibi düşünme becerilerini içermektedir. Problem çözme boyutunda yürütülen öğretimsel açıklamalara örnek olarak kesirlerle bölme işleminin bir problem çözme sürecinde farklı yöntemlerle ele alınıp yapılması ve böylece öğrencinin algoritmanın mantığını kavraması gösterilebilir.

Epistemik düzeydeki anlayış, bir disiplindeki kanıtların gerekçelerini ifade eder. Epistemik düzeyde yürütülen öğretimsel açıklamalar, matematiksel düşüncelerin gerekçelerini içermektedir. Bu düzeyde bilginin kendisi hakkındaki bilgilerin, bilgi kaynakları, bilginin nasıl test edildiği ve zaman içinde değiştiği bilgiye kanıt olarak sayılanlar ifade edilmektedir. Bir disiplinin kendisinin mantıksal yapısı ve diğer araştırma alanlarıyla ilişkisi de bu düzeye aittir. Bu düzey, kavram ve problem çözme düzeylerinde yapılan düşünmenin nedenlerini ortaya koyar (Perkins ve Simmons, 1988). Epistemik düzeyde yürütülen öğretimsel açıklamalara örnek olarak içler dışlar çarpımı algoritmasının matematiksel ispatı verilebilir. $a/b=c/d$ eşitliğinin her iki tarafının kesirlerden birinin çarpma işlemine göre tersi ile çarpılması bu ispat için yeterli olacaktır.

Son olarak, sorgulama seviyesindeki anlayış, bir disiplinde yeni bilgi veya teorilerin üretilmesini ifade eder (Perkins, 1992; Perkins ve Simmons, 1988; Donald, 1991). Neyin çalışmaya değer olduğu ve nasıl çalışılması gerektiğine ilişkin değer yargıları gibi, problem kurma ve kuram oluşturma da bu düzeye aittir (Donald, 1991). Bu yeni bilgi üretme anlamında kullanılan sorgulama, yukarıda açıklanan disiplin anlayışının problem çözme düzeyinin ötesine geçer. Bu düzeyde yapılan öğretimsel açıklamalar öğrencilerin yeni bilgiye ulaşmaları amacıyla araştırma ve sorgulama yapmaya yönlendirilmesini içermektedir. Bu duruma örnek olarak öğrencilerin kesir ve rasyonel sayı kavramlarının anlamları üzerine araştırma yapmaya yönlendirilmesi gösterilebilir. Alkan (2016) çalışmasında Kinach (2002a) çalışmasında ortaya konulan bu yapıyı aşağıdaki şekilde ifade etmektedir (Çizelge 1.1).

Çizelge 1.1 Öğretimsel Açıklamaların Farklı Boyutları

Öğretimsel Açıklama Boyutları		**Boyutlara Ait Kategoriler**
Konu Anlam Boyutu	İşlemsel	Tanımı doğrudan ifade etme
		Kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme
		Bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme
İlişkisel Anlama Boyutu	Kavramsal	Tanımın ne anlama geldiğini açıklama
		İlişki ve özelliklerin ne anlama geldiğini açıklama
		Çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklama
	Problem Çözme	Açıklamalarında modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanma
		Kavramın anlamlarını bir problem durumu içerisinde kullanma
		Bir problemi farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözme
	Epistemik (Bilimsel Bilgi)	Açıklamalarında matematiksel bilginin (ilgili konu kapsamında) kaynağına ve gelişimine vurgu yapma
		Açıklamalarında matematiğin diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapma
		Matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirerek ispatlama

Çizelge 1.1 Öğretimsel Açıklamaların Farklı Boyutları (devamı)

Araştırma	Açıklamalar ile öğrencileri onlar için yeni olan matematiksel ilişkileri keşfetmeye yönlendirme
	Öğrencileri konu ile ilgili problemler oluşturmaya yönlendirme

Kinach (2002b) araştırmasında ise tamsayılarla toplama ve çıkarma işlemi için sayı doğrusu ve cebir karoları kullanılarak geliştirilen öğretimsel açıklamalarda yer alan gösterimlerin sahip olması gereken niteliklerden bazılarını geçerlilik, kapsamlılık, tutarlılık ve tamlık olarak ifade etmiştir.

Geçerlilik; öğretimsel açıklamalarda kullanılan gösterimlerin mevcut matematiksel duruma uygun (geçerli) olmasıdır. **Kapsamlılık;** öğretimsel açıklamalarda kullanılan ifade ve gösterimlerin kullanıldığı bağlamla ilişkili tüm matematiksel durumlar için işlevsel (kullanılabilir) olmasıdır. Kesirlerle toplama işlemi için sayı doğrusu modelinde işe koşulan algoritma ve prosedürlerin, farklı türde her kesrin (tam sayılı kesir, negatif kesir vb.) işleme sokulması durumunda kullanılabiliyor olması bu duruma örnek olarak gösterilebilir. **Tutarlılık;** birbiriyle ilişkili durumlar üzerinden yürütülen öğretimsel açıklamaların birbiriyle tutarlı olmasıdır. **İzomorfizm;** kullanılan öğretimsel açıklamaların, kavramların farklı anlamlarını ayırt etmeyi sağlamasıdır.

Leinhardt (2001); matematik öğretiminde öğretimsel açıklamaların konunun niteliğine göre bazı durumlarda yoğun olarak matematiksel temsil veya modellerden oluşabileceğini söylemektedir. Gierre (1988) matematiksel modellerin; bilime özgü hatta bilimi tanımlayan bir açıklama biçimi olduğunu, Charalambous ve ark., (2011) ise ilişkisel anlamayı sağlayan eksiksiz, hatasız ve ilişkilendirilmiş açıklamaların genel olarak bilinen temsiller/gösterimler ve örnekler üzerine inşa edildiğini ifade etmektedir. Dolayısıyla matematiksel modellerin öğretimsel açıklamaların önemli bir bileşeni olduğu görülmektedir. Söz konusu öneme bağlı olarak bu çalışmada kapsamında öğretmenler tarafından yürütülen öğretimsel açıklamalar matematiksel modeller bağlamında incelenecektir.

1.6 Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı matematik öğretmenleri ile öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik öğretimsel açıklamalarının matematiksel modeller bağlamında incelenmesidir. Çalışmadan elde edilen verilerin öğretmen ve öğretmen adaylarının, öğretimsel açıklamalarında matematiksel modelleri kullanma durumları hakkında sınırlı bir örneklem üzerinden bir resim elde edilmesini sağlayarak, öğrenme ortamlarının değerlendirilmesi ve geliştirilmesi bağlamında alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.7 Araştırmanın Sınırlılıkları

1. Araştırmadan elde edilmiş olan bulgular çalışma grubuyla sınırlıdır.

2. Veri toplama aracında yer alan sorular kesirlerle bölme işlemi ile sınırlıdır.

1.8 Araştırmanın Varsayımları

1. Araştırmada kullanılacak olan uygulama soruları için uzman görüşlerinin yeterli olduğu kabul edilmiştir.

2. Araştırmada kullanılan soruların katılımcıların pedagojik alan bilgilerini yansıtmak üzere yeterli olduğu kabul edilmiştir.

1.9 Tanımlar

Öğretimsel Açıklama (Instructional explanations): Öğretmenin, bir kavramın öğretimi ve geliştirilmesi sürecinde ortaya koyduğu bütün etkinliklerdir (örnekler, analojik gösterimler, etkili sunuş biçimleri, vb.) (Leinhardt, 2001).

Matematiksel Modeller: Verilen bir durum veya problemle ilgili iki veya daha fazla değişken arasındaki ilişkinin matematiksel gösterimidir (Berry ve Houston, 1995).

2. LİTERATÜR TARAMASI

Alan yazın incelendiğinde öğretimsel açıklamalarla ilgili yapılan çalışmaların benzer örneklem grupları ve benzer kuramsal zeminlerde yürütüldüğü görülmektedir. Bu araştırmalardan öğretmen adayları, öğretmenler ve her iki örneklem grubu ile yürütülmüş olanlar aşağıda sırasıyla verilmektedir.

Charalambos (2008) çalışmasında öğretmen bilgisi ile öğretim performansı arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Özellikle, öğretmen adaylarının matematiği öğretme bilgileri (MÖB) ile matematiksel açıdan zengin ve entelektüel açıdan zorlayıcı öğrenme ortamları oluşturmaya elverişli olduğu düşünülen beş öğretim uygulamasındaki performansları arasındaki ilişkiyi araştırmayı amaçlamıştır. Nicel analiz, öğretmen adaylarının MÖB'leri ile incelenen öğretim uygulamalarındaki performansları arasında güçlü bir ilişki olduğunu göstermiştir. Çalışma sonucunda öğretmen adaylarının MÖB'leri ile öğretim uygulamaları arasında güçlü bir ilişki olduğu, bu ilişkinin öğretmen adaylarının inançları ve öğretim imajlarından etkilendiği, ayrıca öğretmen adaylarının bilgilerinin matematiksel prosedürlerin altında yatan anlama vurgu yapmalarına yardımcı olduğu görülmüştür.

Toluk-Uçar (2010) sınıf öğretmeni adaylarının kullandıkları öğretimsel açıklamalar ile alan bilgileri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının alan bilgilerinin sınırlı olduğunu ve matematiksel öğrenmelerinin ve kullandıkları öğretimsel açıklamaların genel olarak işlemsel düzeyde kaldığını ifade etmişlerdir. Ayrıca, öğretmen adaylarının kullandıkları öğretimsel açıklamarda genel olarak kural verdiklerini ve bu kuralların gerekçelerini izah etmeyi gerekli bulmadıkları görülmüştür.

Toluk-Uçar (2011) ilköğretim matematik ve sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel durumlara vermiş oldukları öğretimsel açıklamaların incelenmesi ve bu açıklamalar ile matematiksel bilgileri arasındaki etkileşimin tespit edilmesi amacıyla bir çalışma yürütmüştür. Bu araştırma sonucunda öğretmen adaylarının bazı konularda matematiksel bilgilerinin yanlış olduğu, matematiksel anlamalarının genelde işlemsel düzeyde olduğu ve buna bağlı olarak verdikleri öğretimsel açıklamaların da işlemsel düzeyde olduğu görülmüştür. Ayrıca bu araştırmada, öğretmen adaylarının genelde kuralları vermeyi öğretimsel açıklama için yeterli gördükleri, bu kuralların neden böyle olduğunu açıklamaya gerek duymadıkları tespit edilmiştir. Matematiksel bilgileri yetersiz olan öğretmen adaylarının açıklamalarında bazen bir kaçış yolu olarak biçimsel hilelere de başvurdukları çalışmadan elde edilen sonuçlar arasındadır.

Charalambos ve ark., (2011) çalışmalarında öğretmen adaylarının ders sırasına girişlerinde yaptıkları açıklamalardaki sınırlamaları ortaya koymayı amaçlamışlardır. Ayrıca bu çalışmada yazarlar matematiksel temsillerin öğretimsel açıklamalarda nasıl kullanılacağını öğrenme ile ilgili 4 faktör önermişlerdir. Söz konusu faktörler öğretmen adaylarının konu alan bilgileri, öğretim uygulamalarını değerlendirme becerileri, yaratıcı imajlar oluşturma pratikleri ve bu uygulamalarda yer almak için yaratıcı eğilimler göstermeleri olarak ifade edilebilir.

Özgün (2012) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde geliştirdiği matematik modellerinin bilişsel ve kavramsal boyutları itibariyle incelenmeyi amaçlamıştır. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının sözel olan gerçek yaşam durumlarına ilişkin varsayımda bulunurken zorluk çektikleri, sahip oldukları matematiksel bilgi ve becerileri ile problem durumunu uygularken zorlandıkları söylenebilir. Bir diğer bulgu ise çoğu öğretmen adayının problemi, önceden getirdikleri problemi pratik çözüme kavuşturacak formül, sembol gibi bilgileri kullanma yönünde olduklarıdır. Problem durumunu göstermek için geçerli ve yeterli modeller üretmek yerine aritmetiksel ve cebirsel gibi daha geleneksel araçlardan oluşan modelleri seçmektedirler. Yani öğretmen adayları modellerin yararlı olduğunu düşünseler bile kullanma konusunda zorluk yaşamaktadırlar.

Baki (2013) sınıf öğretmenliği lisans programında devam etmekte olan öğretmen adaylarının kullandıkları öğretimsel açıklamaları alan bilgisi ve alanı öğretme bilgisi yönünden değerlendirmeyi amaçlamıştır. Bu çalışmanın sonucunda bölme işlemini doğru yapan öğretmen adaylarının 87’si basamak kavramına göre bölme işleminin algoritmasının matematiksel anlamını anlamış ve uygun öğretimsel açıklamalar yapabilmişken, 66’sının bölme işleminin basamak kavramına bağlı algoritmasının matematiksel anlamını anlamadıkları gibi öğretimsel açıklamalarında yetersiz kaldığı görülmüştür.

Gökkurt ve ark., (2013) sınıf öğretmeni adaylarının kesirler konusundaki öğrenci hatalarını tespit edebilme düzeylerini ve bu hataların giderilmesinde kullanılan pedagojik alan bilgilerini incelemeyi amaçlamıştır. Çalışma sonunda, sınıf öğretmeni adaylarının kesir kavramıyla ilgili öğrenci hatalarını belirlemede pek fazla zorlanmadıklarını; ancak öğrenci hatalarının düzeltilmesi yönünde pedagojik alan bilgilerinin yetersiz düzeyde olduğunu göstermiştir.

Duran (2017) ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde model kullanımına yönelik alan bilgilerini incelemeyi, kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinde model kullanımına yönelik pedagojik alan bilgilerini incelemek ve öğretmen adaylarının kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinde model kullanımına yönelik alan bilgilerini öğretimlerine nasıl yansıttıklarını incelemeyi amaçlamıştır. Bu çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının kesirlerin ve kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinin temsilinde öncelikle alan modeli kullanma eğiliminde oldukları görülmüştür. Öğretmen adaylarının alan bilgisi görüşme formundan elde edilen verileri ve gözlem verileri karşılaştırıldığı zaman kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinde model kullanımına yönelik alan bilgilerinin sınıf içi öğretimlerinde etkili olduğu sonucu elde edilmiştir.

Bayazit ve ark., (2011) ilköğretim matematik öğretmenlerinin model algılarının yanı sıra tam sayılar ve kesirler konusu özelinde ders kitaplarında verilen modelleri anlama ve bu kavramlarla alakalı düşünceleri izah etmek için model oluşturmadaki yeterlilikleri incelemeyi amaçlamıştır. Bu çalışmanın sonucunda öğretmenlerin model kullanımın sağlayacağı bilişsel ve duyuşsal katkılar konusunda oldukça pozitif inanç ve düşüncelere sahip oldukları, ancak model algılarının sayma pulları ve kesir kartları türünden şekil ve şemalara kısıtlanmış olduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra, öğretmenlerin matematik ders kitaplarında sunulmuş olan modelleri anlama ve sembolik olarak verilen matematiksel durumları izah etmek için uygun modeller oluşturup kullanma konularında ciddi sıkıntılar yaşadıkları görülmüştür.

Gökkurt ve ark., (2015) kesirlerin öğretimine ilişkin ortaokul matematik öğretmenlerinin görüşlerini incelemeyi amaçlamıştır. Çalışma sonunda, öğretmenlerin çoğunun kesir öğretimine uygun etkinliklerle başladıkları ancak kesir öğretiminde kullandıkları modellerde ve konuların öğretim sırasıyla ilgili eksik bilgilere sahip oldukları görülmüştür.

Çelik ve Çiltaş (2015) matematik öğretmenlerinin beşinci sınıf kesirler ve kesirlerle işlemler konusunu öğretim süreçlerinde matematiksel modelleri kullanım düzeylerini belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışma sonucunda öğretmen ve öğrencilerin görsel temsil kullanma düzeyleri arasında pozitif yönlü bir ilişki tespit edilmiştir. Yani görsel temsilleri kullanmayı tercih eden öğretmenlerin öğrencilerinin de görsel temsilleri kullanmaya daha yakın olduğunu, görsel temsilleri kullanmayan öğretmenlerin öğrencilerinin ise görsel temsilleri daha az kullandıkları görülmüştür.

Özdemir ve Işık (2015) ortaokul matematik öğretmenlerinin katı cisimlerde alan ve hacim kavramlarının öğretiminde kullandıkları matematiksel model ve matematiksel modelleme etkinliklerine yönelik görüşlerini belirlemeyi amaçlamıştır. Görüşme yapılan öğretmenlerin katı cisimlerde alan ve hacim kavramlarının öğretiminde matematiksel modellere yer verdikleri; ancak matematiksel modellemeyle ilgili bilgilerinin yetersiz olmasından dolayı matematiksel modelleme etkinliklerini yeterince uygulamadıkları belirlenmiştir.

Sırmacı ve Özdemir (2016) matematik öğretmenlerinin sonsuzluk, belirsizlik ve tanımsızlık kavramlarına ilişkin öğretimsel açıklamalarını incelemeyi amaçlamıştır. Çalışma sonunda, bazı öğretmenlerin sonsuzluk, belirsizlik ve tanımsızlık kavramlarını birbirlerinin yerine kullandıkları belirlenmiştir. Ayrıca bazı öğretmenlerin sembolik durumlara ilişkin gerekçelerinde önceden öğrendikleri kuralların etkili olduğu görülmüştür.

Koç-Şanlı ve Işık (2020) tam sayılar ve tam sayılarla işlemler konularının öğretim sürecinin öğretmenlerin matematiksel model kullanımları ve model tercihleri üzerinden analiz edilmesi amacıyla bir çalışma yürütmüşlerdir. Bu çalışma sonucunda elde edilen verilerden, öğretmenlerin tam sayılar konusunun öğretim sürecinde programda önerilen ve ders kitabında yer alan modelleri düzenli olarak kullanmadıkları, 6. sınıf düzeyinde 7. sınıf düzeyine oranla daha çok model kullanmayı tercih ettikleri görülmüştür.

Eroğlu ve Tanışlı (2021) ortaokul matematik öğretmenlerinin tahmini öğrenme yol haritasına dayalı öğretimlerinde temsil kullanımlarının ve temsiller arası ilişkilendirme becerilerindeki gelişimlerini incelenmeyi amaçlamıştır. Bu araştırmanın sonucunda öğretmenlerin öğrencilerin düşüncelerinden hareketle öğrencileri temsil kullanmaya teşvik ettikleri, öğrencilerin kendilerine özgü temsil biçimlerini oluşturmalarına olanak sağladıkları ve öğrencilerin temsillere ilişkin ortaya çıkan fikirleri organize ederek, temsiller arası bağlantı kurmada öğrencilere kılavuzluk ettikleri görülmüştür.

Bursalı ve Gökkurt-Özdemir (2019) matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının olasılık konusuna ilişkin kavram yanılgılarıyla ilgili farkındalıklarını belirlemek ve bu kavram yanılgılarının düzeltilmesi için hangi yöntemlerin kullanılması gerektiği ile ilgili öğretimsel açıklamalarını incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın sonucunda öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının çoğunlukla, olumlu ve olumsuzluk sonralık etkisini, birleşim yanılgısını basit ve bileşik olaydaki kavram yanılgılarını fark edebildikleri görülmüştür.

Matematik öğretiminin etkili bir şekilde gerçekleşebilmesinde model kullanımı oldukça önemlidir. Model kullanımı, matematiksel kavramların anlamlı öğrenilmesini olumlu yönde etkileyebileceği, bilgileri akılda tutmayı kolaylaştırabileceği, motive olmayı arttırabileceği, öğrencilerin matematiğe karşı iyi tutum geliştirmelerini sağlayabileceği ve günlük yaşam ile matematiği ilişkilendirmelerini sağlayabileceği düşüncelerine yönelik önemli olduğu vurgulanmaktadır (Blum, 1993; Blum ve Ferri, 2009). Bu sebeple, öğretmenlerin modelleri öğrenme ortamında öğrenilecek konuya uygun bir biçimde seçmeye özen göstermeleri gerekmektedir.

Öğrenciler, kesir kavramının ve kesirlerle işlemlerin anlaşılması noktasında pek çok zorluk yaşamaktadırlar. Bunların belirlenmesi için öğretimde sıra dışı ve etkili yöntemler kullanılması gerekmektedir. Ortaokul öğrencileri düşünüldüğünde model kullanımının kesirlerin kavramsal öğretiminde etkili bir yöntem olabileceği düşünülmektedir (Erdem ve ark., 2015).

Kesir kavramına yönelik yaşanan zorluklar ondalık sayılar, yüzdeler ve daha birçok ilişkili konuda da zorluklara sebep olmaktadır. Çünkü kesirler, ortaokul matematiğinde pek çok kavram ve konu arasında bağ kurarak içeriği kapsamaktadır. Kesir konusunun iyi öğrenilmesi ileri düzeydeki matematik konularının da daha rahat öğrenilebilmesi adına önem taşımaktadır (Alacaci, 2014). Bu sebeple kesirlerin öğretilmesi konusunda öğretmenlere büyük sorumluluklar düşmektedir. Yapılan birçok çalışmada, öğrencilerin yaşadığı zorlukların kesirlerin öğretimine yönelik model kullanılması gerektiğine dikkat çekmektedir (İpek ve ark., 2005; Lamon, 1996; Toluk-Uçar, 2009).

Konular arasında etkili bütünselliğin sağlanması ve ortaöğretim matematiğine kolay geçişin sağlanması için ortaokul matematik öğretmenlerinin sınıf içinde kesirlerde işlemler konusunu anlatırken ortaya çıkabilecek öğrenci zorlukları ve kavram yanılgılarını öngörebilmeleri, öğretim sürecini buna yönelik düzenleyebilmeleri ve bu yanılgılar doğrultusunda çözüme yönelik çalışmalar yapabilmeleri gerekmektedir. Bu kapsamda şimdiki çalışmanın ileride öğretimsel açıklamalarla ilgili yapılacak çalışmalarda kullanılabilecek daha ayrıntılı bir içerik sunması bakımından da ilgili literatüre önemli bir katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Alan yazın incelendiğinde öğretimsel açıklamalarla ilgili olarak yürütülen çalışmalarda genel olarak durum tespitlerinin yapıldığı ve benzer kuramsal zeminlerde çalışıldığı görülmektedir. Bununla birlikte öğretmen ve öğretmen adayları tarafından kullanılan öğretimsel açıklamalarda yer alan matematiksel modellerin niteliği ile ilgili olarak yürütülen çalışmaların oldukça sınırlı olduğu görülmektedir (Bayazit ve ark., 2011; Charambous, 2008; Charambous, 2011; Koç-Şanlı ve Işık, 2020). Bu nedenle bu araştırmada matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik öğretimsel açıklamaları matematiksel modeller bağlamında incelenmiş olup, araştırmanın yöntem bilgilerine ilerleyen bölümde yer verilmiştir.

3. YÖNTEM

Bu araştırmada durum çalışması tarama araştırması deseni (case study survey method) kullanılmıştır. Durum çalışması tarama araştırması, küçük bir örneklem veya örneklem grubuna, grupta yer alan bireylerin bir yönünü veya özelliğini tanımlamak için bir anketin uygulandığı araştırma tasarımı olarak tanımlanmaktadır. Araştırmacılar, popülasyondaki bireylere görüş, davranış, yetenek, inanç veya bilgiyle ilgili kişisel ifadelerini incelemek için sorular sorar. Elde edilen yanıtlar, grubun eğilimlerini tanımlamak veya soruları veya hipotezleri test etmek için analiz edilir (Mills ve ark., 2010). Bu araştırmada da amaç, katılımcıların özel bir konuya ilişkin öğretimsel açıklamalarının matematiksel modeller bağlamında incelenmesi olduğundan bu yöntemin kullanılması tercih edilmiştir.

3.1. Katılımcılar

Bu araştırmanın katılımcılarını Ordu ilinde görev yapmakta olan iki matematik öğretmeni ile bir devlet üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında öğrenim görmekte olan iki son sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışmanın katılımcılarının tespitinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden uygun örnekleme ile ölçüt örnekleme yöntemleri bir arada kullanılmıştır (Patton, 1987). Uygun örnekleme yönteminde, zaman, para, konum gibi koşullara bağlı olarak elverişli durumlara uygun hızlı bir şekilde örneklem seçilmektedir. Ölçüt örnekleme yönteminde ise örneklemi belirleyen ölçütü karşılayan kişiler araştırmanın örneklemini oluşturur. Bu yöntemdeki temel olan önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan bütün durumların çalışılmasıdır. Araştırmada yer alan öğretmen ve öğretmen adayları ulaşılabilirlik, zaman, bütçe ve işgücü esaslarına dayalı olarak araştırmacının yakın çevresinden seçilmiştir. Ayrıca çalışılacak öğretmenlerin en az 5 yıl mesleki deneyime sahip olmaları ve yüksek lisans yapıyor olmaları, öğretmen adaylarının ise lisans süreçlerinin son basamağında yer alan ve akademik başarı olarak sınıf ortalamasının orta ve üst grubunda bulunan öğrenciler olmaları ölçüt olarak belirlenmiştir. Zira kendilerine yönlendirilecek olan sorularla ilgili öğretmen adaylarının gerekli bilgilere sahip olmaları ve ilgili dersleri almış olmaları gerekmektedir. Araştırmaya gönüllü olarak katılan öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının gerçek isimleri gizli tutulmuş ve öğretmenlerin isimleri K1, K2; öğretmen adaylarının isimleri K3, K4 şeklinde kodlanmıştır.

Çalışmada yer alan K1 kodlu öğretmen 16 yıl mesleki tecrübeye sahip olup Ordu ili merkez ilçede görev yapmaktadır. K1 kodlu öğretmen Anadolu lisesinden mezun olmuştur ve şu an matematik eğitimi anabilim dalında yüksek lisans yapmaktadır. Çalışmada yer alan K2 kodlu öğretmen 12 yıl mesleki tecrübeye sahip olup Ordu/Fatsa ilçesinde görev yapmaktadır. K2 kodlu öğretmen ilgili dönemde özel olarak yabancı dil ağırlıklı 4 yıl eğitim veren Rize iline bağlı bir süper liseden mezun olmuştur ve şu an matematik eğitimi anabilim dalında yüksek lisans yapmaktadır.

Çalışmada yer alan K3 kodlu erkek öğretmen adayı Anadolu lisesinden mezun olmuştur ve akademik başarı olarak orta düzeyde yer almaktadır. K4 kodlu erkek öğretmen adayı ise Anadolu lisesinden mezun olmuştur ve akademik başarı olarak üst düzeyde yer almaktadır. K4 kodlu katılımcı ayrıca bölüm birincisi ünvanına sahiptir.

3.2 Veri Toplama Araçları

Bu araştırmada yer alan öğretmen ve öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamalarını değerlendirebilmek üzere araştırmacılar tarafından geliştirilen ve sekiz adet açık uçlu soru ile yarı yapılandırılmış görüşmeler kullanılmıştır.

3.2.1. Açık Uçlu Sorular

Bu formda yer alan soruların oluşturulmasında Charalambos ve ark., (2011) ile Charalambos (2008) çalışmalarından yararlanılmıştır. Veri toplama aracında yer alan soruların oluşturulmasında araştırma kapsamında geliştirilen genel çerçeve (Şekil 3.1) kullanılmıştır.

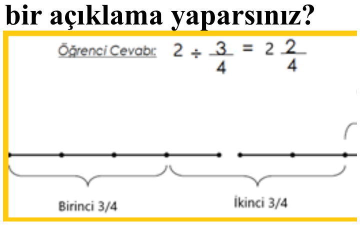
Şekil 3.1 Veri Toplama Aracında Yer Alan Soruların Çerçevesi

Buna göre veri toplama aracında yer alan soruların dağılımı aşağıdaki gibidir (Çizelge 3.1). Bu sorulardan 1, 2, 4 ve 8. sorular araştırmacılar tarafından oluşturulmuş, 3, 5, 6 ve 7. sorular Charalambos ve ark., (2011) çalışmasından alınmıştır. Veri toplama aracında yer alan soruların geçerlik ve güvenirliğine yönelik olarak alanda uzman iki öğretim üyesi ve iki matematik öğretmeninin görüşlerinden yararlanılmıştır.

Çizelge 3.1 Veri Toplama Aracında Yer Alan Soruların İçeriği

Sorular	**Amaç**	**İçerik**	**Düzey**
1 **Aşağıdaki işlemleri sayı doğrusu ve alan modellerinden yararlanarak öğrencilerinize anlatıyormuş gibi açıklayınız.** **a) 3/2 ÷ 2=?** **b) 4 ÷ 3/5=?** **c) ½ ÷ 3/5 =?**	Yeni bir içeriği öğrenciye tanıtma	✓ Prosedürel Öğeler ✓ Temsiller ✓ Bilişsel Sorgulamalar	➢ Kavram Düzeyi
2 **Kesirlerle bölme işlemini ilk kez öğrenen öğrencilerinize, işlemin algoritmasını öğretmek için matematiksel modellerden yararlanarak geliştireceğiniz öğretim sürecinde kullanacağınız açıklamaları ayrıntılı olarak yazınız.**	Yeni bir içeriği öğrenciye tanıtma	✓ Prosedürel Öğeler ✓ Temsiller ✓ Bilişsel Sorgulamalar	➢ Kavram Düzeyi
3 **Aşağıdaki problemi öğrencilerinize anlatıyormuş gibi matematiksel modellerden yararlanarak çözünüz.** **<u>Problem:</u> Ali'nin 3 litre sodası vardır. Bunu 5 arkadaşına eşit paylaştırıyor.** **✓ Her birine 1 litre sodanın ne kadarı düşer?** **✓ Her birine toplam soda miktarının ne kadarı düşer?**	Yeni bir içeriği öğrenciye tanıtma	✓ Prosedürel Öğeler ✓ Temsiller ✓ Bilişsel Sorgulamalar	➢ Kavram Düzeyi ➢ Problem Çözme Düzeyi

Çizelge 3.1 Veri Toplama Aracında Yer Alan Soruların İçeriği (devamı)

<table>
<tr><td>4
Aşağıdaki işlemlerin kullanımını gerektiren 3 farklı sözel problem yazınız ve her bir problemi en az 2 farklı şekilde çözünüz.
a) 2 ¼ ÷ 1 1/3 =?
b) 5/2 ÷ 5/7=?
c) 2/3 ÷ 2=?</td><td>Yeni bir içeriği öğrenciye tanıtma</td><td>✓ Prosedürel Öğeler
✓ Temsiller
✓ Bilişsel Sorgulamalar</td><td>➢ Kavram Düzeyi
➢ Problem Çözme Düzeyi</td></tr>
<tr><td>5
Aşağıdaki problemi öğrencilerinize anlatıyormuş gibi matematiksel modellerden yararlanarak çözünüz.
<u>Problem:</u> Sızdıran bir boru bir kovayı 1 saatin ¾'ünde dolduruyor. Buna göre 4 saatte kaç kova su dolar?</td><td>Yeni bir içeriği öğrenciye tanıtma</td><td>✓ Prosedürel Öğeler
✓ Temsiller
✓ Bilişsel Sorgulamalar</td><td>➢ Kavram Düzeyi
➢ Problem Çözme Düzeyi</td></tr>
<tr><td>6
Yukarıdaki (soru 5) problemi sınıf ortamında tartışmaya açtığınızı düşünelim. Aşağıdaki fikirleri öne süren öğrencilerinize (Ö1, Ö2 ve Ö3) yapacağınız açıklamaları ayrıntılı olarak yazınız.</td><td>Öğrencilerin sorularını yanıtlama/dönüt verme</td><td>✓ Prosedürel Öğeler
✓ Temsiller
✓ Bilişsel Sorgulamalar</td><td>➢ Kavram Düzeyi
➢ Problem Çözme Düzeyi</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Ö1:</u> 4 saat 240 dakikadır. 1 saatin ¾'ü 45 dakikadır. 240'ı 45'e bölersek bölüm 5 kalan 15 olur.
<u>Ö2:</u> Bu çözüm bence doğru olamaz çünkü problemin çözümü için ben 4÷3/4 işlemini yaptım ve 5 1/3 buldum. Halbuki 15 dakika 1saatin 1/3'ü değil çeyreğidir.
<u>Ö3</u>: Bence haklı olamazsın çünkü problem 4'te birlerden bahsediyor sen nasıl 3'te 1 cevabını buluyorsun?</td></tr>
<tr><td>7
2 ÷ ¾ işlemi için aşağıdaki modelleri kullanan bir öğrencinizin yanılgısını fark etmesine yönelik nasıl bir açıklama yaparsınız?

</td><td>Öğrencilerin sahip oldukları hata veya kavram yanılgıların farkına varmalarını sağlama</td><td>✓ Prosedürel Öğeler
✓ Temsiller
✓ Bilişsel Sorgulamalar</td><td>➢ Kavram Düzeyi</td></tr>
</table>

Çizelge 3.1 Veri Toplama Aracında Yer Alan Soruların İçeriği (devamı)

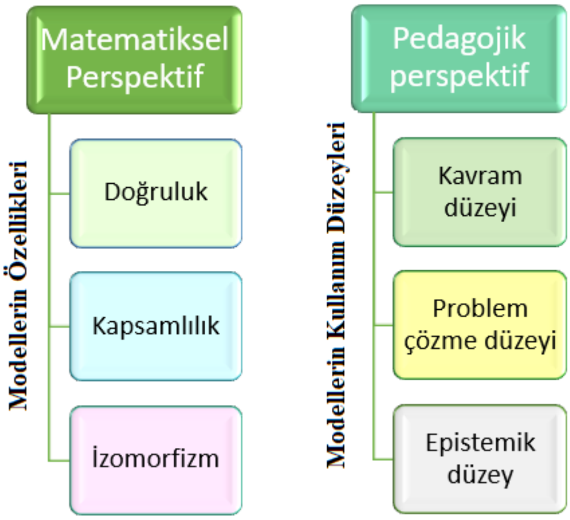
8 **Kesirlerle bölme işleminin algoritmasının matematiksel ispatını en az 2 farklı açıklama kullanarak yapınız. Bu süreçte kullanacağınız açıklamaların özel durumlar üzerinden değil matematiksel genellemelere dayanan süreçler üzerinden yürütülmesine özen gösteriniz.**	Yeni bir içeriği öğrenciye tanıtma	✓ Prosedürel Öğeler ✓ Bilişsel Sorgulamalar ✓ İlkeler	➢ Epistemik Düzey

3.2.2 Yarı yapılandırılmış görüşmeler

Bu araştırmada öğretmen ve öğretmen adaylarının kullandıkları öğretimsel açıklamaların ayrıntılı olarak çalışılabilmesi, bir başka ifade ile verilerin ayrıntılandırılabilmesi amacıyla yarı yapılandırılmış görüşmeler kullanılmıştır. Görüşme süreçlerinde öncelikle katılımcılara açık uçlu sorular verilmiş ve kendilerinden soruları çözmeleri istenmiştir. Bu aşamada kendilerine herhangi bir süre sınırlaması yapılmamıştır. Süreç sonunda her bir katılımcı ile verdikleri yanıtlar üzerinden görüşme süreçleri yürütülmüş ve bu süreçlerde ses kaydı alınarak elde edilen veriler saklanabilir hale getirilmiştir. İlgili süreçler tüm sorulara verilen yanıtlar üzerinden ayrıntılı olarak yürütülmüştür.

3.3 Verilerin Analizi

Çalışma kapsamında yer alan öğretmen ve öğretmen adaylarının veri toplama formunda yer alan sorulara verdikleri yanıtların değerlendirilmesinde araştırmacılar tarafından oluşturulmuş olan değerlendirme çerçevesi (Şekil 3.2) ve bu çerçeve kapsamında yer alan her bir içerik ile ilgili olarak yürütülen görüşme süreçlerinden yararlanılmıştır. Buna göre katılımcıların açık uçlu sorulara cevaben yaptıkları öğretimsel açıklamalar ve bu açıklamalarda yer verdikleri matematiksel modeller iki farklı boyutta değerlendirilmiştir. Bunlar matematiksel ve pedagojik perspektiflerdir. Matematiksel perspektif boyutunda kullanılan matematiksel modellerin özellikleri, pedagojik perspektif boyutunda ise kullanım düzeylerine yer verilmiştir. Buna göre katılımcıların kullandığı öğretimsel açıklamalar, matematiksel modeller bağlamında sözü edilen boyutlar altında yer alan farklı bileşenlere göre analiz edilmiştir. Analiz sürecinde araştırmacılar birlikte hareket ederek her bir boyut ve bileşenleri için oluşturulmuş olan göstergelere göre hareket etmişlerdir. Buna göre araştırmacılar mevcut açıklamaların hangi göstergeyle uyumlu olduğuna karar vererek, her bir açıklamayı uygun olduğu biçimde kodlamışlardır. Uyumsuzluk durumlarında veriler tekrar gözden geçirilmiş, gerektiği durumlarda uzman görüşlerinden yararlanılmıştır.



Şekil 3.2 Öğretimsel Açıklamaların Matematiksel Modeller Bağlamında Değerlendirme Çerçevesi

Kodlama sürecinde kullanılan ve araştırmacılar tarafından oluşturulmuş olan göstergeler Çizelge 3.2'de yer almaktadır.

Çizelge 3.2 Veri Analizi Sürecinin Boyutları

	Ölçütler	**Açıklamalar**	**İlgili Sorular**	**Betimlemeler**
Matematiksel Perspektif	Doğruluk	*Kullanılan matematiksel modellerin mevcut duruma uygun (geçerli) oluşunu ifade etmektedir.*	Her bir soru üzerinden	*Kullanılan matematiksel model;* • Doğrudur/ Geçerlidir. • Kısmen doğrudur/ Kısmen geçerlidir. •Doğru değildir/ Geçersizdir.
	Kapsamlılık	*Kullanılan matematiksel modellerin ilgili olduğu matematiksel kavram veya ilişkileri tam olarak (tüm yönleriyle) ifade etmesidir.*	Her bir soru üzerinden	*Kullanılan matematiksel model;* • Kapsamlıdır. • Kapsamlı değildir.

Çizelge 3.2 Veri Analizi Sürecinin Boyutları (devamı)

	<u>*İzomorfizm*</u>	*Kullanılan matematiksel modellerin farklı anlamaları ayırt etmeyi sağlamasıdır.*	<u>Soru 3</u> <u>Soru 5</u> <u>Soru 6</u>	<u>*Kullanılan matematiksel model farklı matematiksel anlamları ayırt etmeyi;*</u> • Sağlar. • Sağlamaz.
Pedagojik Perspektif	<u>*Kavram Düzeyi*</u>	*Kullanılan modeller öğretimsel açıklamalarda "niçin" sorusunun cevabını vermeye yönelik olarak kullanılmaktadır.*	<u>Her bir soru üzerinden</u>	<u>*Kullanılan matematiksel model kavramsal düzeye;*</u> • Uygundur. • Kısmen uygundur. • Uygun değildir.
	<u>*Problem Çözme Düzeyi*</u>	*Kullanılan modeller problem çözme ve kurma süreçlerinde kullanılabilmektedir.*	<u>Soru 4</u> <u>Soru 5</u> <u>Soru 6</u>	<u>*Kullanılan matematiksel model problem çözme düzeyine;*</u> • Uygundur. • Kısmen uygundur. • Uygun değildir.
	<u>*Epistemik Düzey*</u>	*Kullanılan modeller matematiksel ilişkilerin ispatlanması süreçlerinde matematiksel ilkelerle ilişkili olarak kullanılabilmektedir.*	<u>Soru 8</u>	<u>*Kullanılan matematiksel model epistemik düzeye;*</u> • Uygundur. • Kısmen uygundur. • Uygun değildir.

Bu araştırmada katılımcıların yaptıkları öğretimsel açıklamaların matematiksel modeller bağlamında incelenmesi amaçlanmaktadır. Buna göre veri toplama aracında yer alan her bir soru, verilecek cevapta matematiksel modellere yer vermeyi gerekirecek biçimde hazırlanmıştır. Bununla birlikte bazı sorularda katılımcıların matematiksel modellere yer vermedikleri görülmüştür. Söz konusu durumlarda katılımcı tarafından yapılan açıklamalar dikkate alınarak değerlendirme yapılmıştır. Bununla birlikte yanıtların kodlanmasında dikkate alınan durumlar aşağıda detaylandırılmıştır.

Araştırma sürecinde katılımcıların yanıtlarının kodlanmasında her bir kategori için ilgili sorunun özelliğine bağlı olarak farklı betimlemeler kullanılmıştır. Buna göre <u>doğruluk</u> kategorisinde katılımcı yanıtlarında yer alan matematiksel modeller, ilgili durumla tam olarak ilişkili ise ve soruda yer alan matematiksel durumu doğru biçimde yansıtıyorsa kullanılan modeller "doğru/geçerli" olarak, kullanılan modeller mevcut durumla kısmen uyumlu olmakla birlikte, matematiksel içeriğin tüm yönlerini tam olarak yansıtmıyorsa “kısmen doğru/kısmen geçerli” olarak, mevcut durumla hiçbir şekilde uyumlu değilse “doğru değil/geçersiz” olarak kodlanmıştır. Katılımcı yanıtlarında herhangi bir modele yer verilmemiş ise kullanılan öğretimsel açıklamanın matematiksel olarak doğruluğu dikkate alınmıştır. Kapsamlılık kategorisinde kullanılan modeller ilgili olduğu matematiksel kavram veya ilişkileri tam olarak ifade ediyorsa “kapsamlı”, diğer durumlarda ise “kapsamlı değil” olarak kodlanmıştır. Kullanılan öğretimsel açıklamalarda matematiksel modellere (gerektiği durumlarda birden fazla) yer verme durumu da bu kategori altında değerlendirilmiştir. İzomorfizm kategorisinde ise kullanılan modeller mevcut duruma ilişkin farklı matematiksel anlamları ayırt etmeyi sağlayıp sağlamama durumuna göre değerlendirilmiştir. Araştırmada yer alan tüm soruların içeriğinde bölme işlemine ilişkin modeller kullanılıyor olmasına bağlı olarak burada modellerin bölmenin farklı anlamlarını (gruplama-paylaştırma) ayırt etme durumları dikkate alınmıştır. Matematiksel modellere yer vermeyen açıklamalarda izomorfizm, öğretimsel açıklamaların içeriğine bağlı olarak değerlendirilmiştir. Kavram düzeyi kategorisinde kullanılan açıklama ve modellerin mevcut durumu kavramsal düzeyde yansıtıp yansıtmadığı dikkate alınmıştır. Buna göre katılımcılar öğretimsel açıklamalarında kavramsal düzeye uygun olarak matematiksel modellere yer vermiş ise modeller “uygun”, katılımcılar modelleri kavramsal düzeye tam olarak uygun biçimde kullanamamış ise “kısmen uygun”, modeller ilgili oldukları kavramlar için işlemsel düzeyde kalmış ve “niçin” sorusunun cevabını vermeye hizmet etmiyor ise “uygun değil” olarak kodlanmıştır. Model içermeyen durumlarda kullanılan açıklamalar dikkate alınmıştır. Problem çözme düzeyi kategorisinde kullanılan modellerin bir problem bağlamı içerisinde kullanılması dikkate alınmıştır. Buna göre modeller kullanılan (kurulan veya çözülen) problem durumuyla uyumlu biçimde kullanılmış ise “uygun”, kısmen uyumlu ise “kısmen uygun”, uyumsuz ise “uygun değil” olarak kodlanmıştır. Son olarak epistemik düzey için kullanılan modellerin matematiksel ispat süreçlerine uygun biçimde kullanılması dikkate alınmıştır ve modeller matematiksel ispatın bir parçası olarak doğru biçimde kullanılmış ise “uygun”, kullanılan modeller matematiksel ispat süreçleriyle ilişkili olmakla birlikte ilgili içeriği tam olarak yansıtmıyorsa “kısmen uygun”, kullanılan modeller matematiksel ispat süreçleriyle hiçbir şekilde ilişkili değilse “uygun değil” olarak kodlanmıştır.”

Çizelge 3.2 göz önüne alındığında katılımcılara uygulanan sekiz farklı soru için yanıt verilen ve araştırma kapsamında ele alınarak incelenen toplamda on üç farklı durumun mevcut olduğu görülmektedir. Farklı kategoriler göz önüne alındığında ise doğruluk/geçerlik ve kapsamlılık kategorisinde 13, izomorfizm kategorisinde 4, kavram düzeyi kategorisinde 13, problem çözme düzeyi kategorisinde 6, epistemik düzey kategorisinde ise bir adet durum ele alınarak yorumlanmıştır. Bu bağlamda bulgular bölümünde elde edilen veriler raporlanmıştır.

4. BULGULAR

Bu bölümde, çalışmanın amacına uygun olarak elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Çalışma kapsamında matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının açık uçlu sorulara cevaben yaptıkları öğretimsel açıklamalarda kullandıkları matematiksel modeller araştırmacılar tarafından geliştirilen çerçeveye uygun şekilde analiz edilmiş ve elde edilen bulgular aşağıda sunulmuştur.

4.1 Açık Uçlu Sorulardan Elde Edilen Bulgular

Araştırmanın bu bölümünde veri toplama aracı olarak kullanılan açık uçlu sorulardan elde edilen bulgular ayrıntılı olarak verilmektedir.

4.1.1 Birinci Sorudan Elde Edilen Bulgular

Veri toplama aracında yer alan birinci soru için öğretmen ve öğretmen adaylarının yaptıkları öğretimsel açıklamalarda kullandıkları matematiksel modeller matematiksel ve pedagojik perspektif boyutlarında ele alınarak ilgili bileşenler kapsamında değerlendirilmiştir. Elde edilen bulgular Çizelge 4.1'de verilmektedir.

Çizelge 4.1 Birinci Sorudan Elde Edilen Bulgular

Soru 1:	**K**	**D**	**KPS**	**KD**
Aşağıdaki işlemleri sayı doğrusu ve alan modellerinden yararlanarak öğrencilerinize anlatıyormuş gibi açıklayınız.	K1	✓	✓	✓
	K2	✓	✓	✓
	K3	✓	✓	✓
a) 3/2÷2=?	K4	✓	X	✓
b) 4÷3/5=?	K1	✓	✓	✓
	K2	✓	✓	✓
	K3	✓	X	✓
	K4	Kısmen	X	Kısmen
c) 1/2÷3/5=?	K1	✓	✓	Kısmen
	K2	X	X	X
	K3	✓	X	✓
	K4	Kısmen	X	✓

K: Katılımcılar, D: Doğruluk, KPS: Kapsamlılık, KD: Kavram düzeyi

Çizelge 4.1'de yer alan bulgulara göre birinci soruda matematiksel açıdan öğretmenlerin verdikleri yanıtların çoğunun doğru/geçerli ve kapsamlı, öğretmen adaylarının yanıtlarının ise çoğunun doğru/geçerli ve kapsamlı değil olduğu görülmüştür. Söz konusu veriler pedagojik olarak ele alındığında ise öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının yanıtlarının çoğunun kavramsal düzeye uygun olduğu görülmüştür.

4.1.2 İkinci Sorudan Elde Edilen Bulgular

Veri toplama aracında yer alan ikinci soru için öğretmen ve öğretmen adaylarının yaptıkları öğretimsel açıklamalarda kullandıkları matematiksel modeller matematiksel ve pedagojik perspektif boyutlarında ele alınarak ilgili bileşenler kapsamında değerlendirilmiştir. Elde edilen bulgular Çizelge 4.2'de verilmektedir.

Çizelge 4.2 İkinci Sorudan Elde Edilen Bulgular

Soru 2:	K	D	KPS	KD
Kesirlerle bölme işlemini ilk kez öğrenen öğrencilerinize, işlemin algoritmasını öğretmek için matematiksel modellerden yararlanarak geliştireceğiniz öğretim sürecinde kullanacağınız açıklamaları ayrıntılı olarak yazınız.	K1	✓	✓	Kısmen
	K2	✓	X	✓
	K3	✓	X	Kısmen
	K4	✓	X	Kısmen

Çizelge 4.2'de yer alan bulgulara göre ikinci soruda matematiksel açıdan öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının verdikleri yanıtlarının hepsinin doğru/geçerli olduğu görülmüştür. Bununla birlikte öğretmenlerden birinin ve tüm öğretmen adaylarının verdiği yanıtın kapsamlı değil kategorisinde olduğu görülmüştür. Söz konusu veriler pedagojik olarak ele alındığında ise öğretmenlerden biri ve tüm öğretmen adaylarının verdikleri yanıtlarının kavramsal düzeye kısmen uygun olduğu görülmüştür.

4.1.3 Üçüncü Sorudan Elde Edilen Bulgular

Veri toplama aracında yer alan üçüncü soru için öğretmen ve öğretmen adaylarının yaptıkları öğretimsel açıklamalarda kullandıkları matematiksel modeller matematiksel ve pedagojik perspektif boyutlarında ele alınarak ilgili bileşenler kapsamında değerlendirilmiştir. Elde edilen bulgular Çizelge 4.3'te verilmektedir.

Çizelge 4.3 Üçüncü Sorudan Elde Edilen Bulgular

Soru 3:	K	D	KPS	İZM	KD
Aşağıdaki problemi öğrencilerinize anlatıyormuş gibi matematiksel modellerden yararlanarak çözünüz.	K1	✓	X	X	Kısmen
<u>Problem:</u> Ali'nin 3 litre sodası vardır. Bunu 5 arkadaşına eşit paylaştırıyor.	K2	✓	✓	X	X
• Her birine 1 litre sodanın ne kadarı düşer?	K3	✓	✓	X	X
• Her birine toplam soda miktarının ne kadarı düşer?	K4	✓	✓	X	X

İZM: İzomorfizm

Çizelge 4.3'te yer alan bulgulara göre üçüncü soruda matematiksel açıdan öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının verdikleri yanıtlarının hepsinin doğru/geçerli ve farklı matematiksel anlamları ayırt etmeyi sağlamaz kategorisinde olduğu görülmüştür. Bununla birlikte öğretmenlerden birinin verdiği yanıt kapsamlı değildir kategorisinde olduğu görülmüştür. Söz konusu veriler pedagojik olarak ele alındığında ise öğretmenlerden biri ve öğretmen adaylarının verdikleri yanıtlarının hepsinin kavramsal düzeye uygun olmadığı görülmüştür.

4.1.4 Dördüncü Sorudan Elde Edilen Bulgular

Veri toplama aracında yer alan dördüncü soru için öğretmen ve öğretmen adaylarının yaptıkları öğretimsel açıklamalarda kullandıkları matematiksel modeller matematiksel ve pedagojik perspektif boyutlarında ele alınarak ilgili bileşenler kapsamında değerlendirilmiştir. Elde edilen bulgular Çizelge 4.4'te verilmektedir.

Çizelge 4.4 Dördüncü Sorudan Elde Edilen Bulgular

Soru 4:	K	D	KPS	KD	PÇD
Aşağıdaki işlemlerin kullanımını gerektiren 3 farklı sözel problem yazınız ve her bir problemi en az 2 farklı şekilde çözünüz.	K1	X	X	X	✓
	K2	X	X	X	✓
	K3	X	X	X	X
a) *2 1/4÷1 1/3=?*	K4	X	X	X	X
b) *5/2÷5/7=?*	K1	X	X	X	✓
	K2	X	X	X	X
	K3	X	X	Kısmen	Kısmen
	K4	X	X	X	X
c) *2/3÷2=?*	K1	✓	✓	✓	✓
	K2	✓	✓	✓	✓
	K3	X	X	Kısmen	✓
	K4	✓	✓	✓	✓

PÇD: Problem çözme düzeyi

Çizelge 4.4'te yer alan bulgulara göre dördüncü soruda matematiksel açıdan öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının verdikleri yanıtların çoğunun doğru değil/geçersiz ve kapsamlı değil olduğu görülmüştür. Söz konusu veriler pedagojik olarak ele alındığında ise öğretmenlerin yanıtlarının çoğunun kavramsal düzeye uygun olmadığı; ancak problem çözme düzeyine uygun olduğu görülmüştür. Öğretmen adaylarının ise çoğunun kavramsal düzeye ve problem çözme düzeyine uygun olmadığı görülmüştür.

4.1.5 Beşinci Sorudan Elde Edilen Bulgular

Veri toplama aracında yer alan beşinci soru için öğretmen ve öğretmen adaylarının yaptıkları öğretimsel açıklamalarda kullandıkları matematiksel modeller matematiksel ve pedagojik perspektif boyutlarında ele alınarak ilgili bileşenler kapsamında değerlendirilmiştir. Elde edilen bulgular Çizelge 4.5'te verilmektedir.

Çizelge 4.5 Beşinci Sorudan Elde Edilen Bulgular

Soru 5:	K	D	KPS	İZM	KD	PÇD
Aşağıdaki problemi öğrencilerinize anlatıyormuş gibi matematiksel modellerden yararlanarak çözünüz. Problem: Sızdıran bir boru bir kovayı 1 saatin ¾' ünde dolduruyor. Buna göre 4 saatte kaç kova su dolar?	K1	✓	✓	✓	✓	✓
	K2	✓	X	✓	✓	X
	K3	✓	X	✓	✓	X
	K4	✓	✓	✓	✓	✓

Çizelge 4.5'ten elde edilen bulgulara göre beşinci soruda matematiksel açıdan öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının verdikleri yanıtlarının hepsinin doğru/geçerli ve farklı matematiksel anlamları ayırt etmeyi sağlar kategorisinde olduğu görülmüştür. Kapsamlılık bileşeninde ise öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının verdikleri yanıtların kapsamlı veya kapsamlı değil kategorisinde dağılım gösterdiği görülmüştür. Söz konusu veriler pedagojik olarak ele alındığında ise öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının verdikleri yanıtlarının hepsinin kavramsal düzeye uygun olduğu görülmüştür. Bununla birlikte problem çözme düzeyi bileşeninde öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının problem çözme düzeyine uygundur veya problem çözme düzeyine uygun değildir kategorisinde dağılım gösterdiği görülmüştür.

4.1.6 Altıncı Sorudan Elde Edilen Bulgular

Veri toplama aracında yer alan altıncı soru için öğretmen ve öğretmen adaylarının yaptıkları öğretimsel açıklamalarda kullandıkları matematiksel modeller matematiksel ve pedagojik perspektif boyutlarında ele alınarak ilgili bileşenler kapsamında değerlendirilmiştir. Elde edilen bulgular Çizelge 4.6'da verilmektedir.

Çizelge 4.6'da yer alan bulgulara göre altıncı soruda matematiksel açıdan öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının verdikleri yanıtlarının hepsinin doğru/geçerli ve farklı matematiksel anlamları ayırt etmeyi sağlar kategorisinde olduğu görülmüştür.

Çizelge 4.6 Altıncı Sorudan Elde Edilen Bulgular

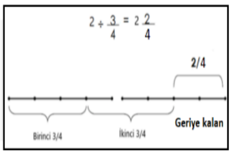
Soru 6:	K	D	KPS	İZM	KD	PÇD
Yukarıdaki (soru 5) problemi sınıf ortamında tartışmaya açtığınızı düşünelim. Aşağıdaki fikirleri öne süren öğrencilerinize (Ö2 ve Ö3) yapacağınız açıklamaları ayrıntılı olarak yazınız. (Sorunun tamamına burada yer verilememiştir.)-Ö2 için	K1	✓	✓	✓	✓	✓
	K2	✓	X	✓	✓	✓
	K3	✓	X	✓	✓	✓
	K4	✓	✓	✓	✓	✓
Ö3 için	K1	✓	✓	✓	✓	✓
	K2	✓	X	✓	✓	✓
	K3	✓	X	✓	✓	✓
	K4	✓	✓	✓	✓	✓

Kapsamlılık bileşeninde öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının kapsamlı veya kapsamlı değil kategorisinde dağılım gösterdiği görülmüştür. Söz konusu veriler pedagojik olarak ele alındığında ise öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının yanıtlarının hepsinin kavramsal düzeye ve problem çözme düzeyine uygun olduğu görülmüştür.

4.1.7 Yedinci Sorudan Elde Edilen Bulgular

Veri toplama aracında yer alan yedinci soru için öğretmen ve öğretmen adaylarının yaptıkları öğretimsel açıklamalarda kullandıkları matematiksel modeller matematiksel ve pedagojik perspektif boyutlarında ele alınarak ilgili bileşenler kapsamında değerlendirilmiştir. Elde edilen bulgular Çizelge 4.7'de verilmektedir.

Çizelge 4.7 Yedinci Sorudan Elde Edilen Bulgular

Soru 7:	K	D	KPS	KD
2÷3/4 işlemi için aşağıdaki modelleri kullanan bir öğrencinizin yanılgısını fark etmesine yönelik nasıl bir açıklama yaparsınız? 	K1	✓	✓	✓
	K2	✓	✓	✓
	K3	✓	X	✓
	K4	✓	✓	✓

Çizelge 4.7'de yer alan bulgulara göre yedinci soruda matematiksel açıdan öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının verdikleri yanıtlarının hepsinin doğru/geçerli olduğu görülmüştür. Kapsamlılık bileşeninde ise; öğretmenlerin verdikleri yanıtların hepsinin kapsamlı, öğretmen adaylarının yanıtlarının ise kapsamlı veya kapsamlı değil kategorilerinde dağılım gösterdiği görülmüştür. Söz konusu veriler pedagojik olarak

ele alındığında ise öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının verdikleri yanıtlarının hepsinin kavramsal düzeye uygun olduğu görülmüştür.

4.1.8 Sekizinci Sorudan Elde Edilen Bulgular

Veri toplama aracında yer alan sekizinci soru için öğretmen ve öğretmen adaylarının yaptıkları öğretimsel açıklamalarda kullandıkları matematiksel modeller matematiksel ve pedagojik perspektif boyutlarında ele alınarak ilgili bileşenler kapsamında değerlendirilmiştir. Elde edilen bulgular Çizelge 4.8'de verilmektedir. Çizelge 4.8'de yer alan bulgulara göre sekizinci soruda matematiksel açıdan öğretmenlerin verdikleri yanıtlarının doğruluk bileşeninde, doğru/geçerli veya doğru değil/geçersiz ve kapsamlılık bileşeninde, kapsamlı veya kapsamlı değil kategorisinde olduğu görülmüştür. Öğretmen adaylarının yanıtlarının ise hepsinin doğru/geçerli ve kapsamlı değil kategorisinde olduğu görülmüştür.

Çizelge 4.8 Sekizinci Sorudan Elde Edilen Bulgular

Soru 8:	**K**	**D**	**KPS**	**KD**	**ED**
Kesirlerle bölme işleminin algoritmasının matematiksel ispatını en az 2 farklı açıklama kullanarak yapınız. Bu süreçte kullanacağınız açıklamaların özel durumlar üzerinden değil matematiksel genellemelere dayanan süreçler üzerinden yürütülmesine özen gösteriniz.	K1	✓	✓	✓	✓
	K2	X	X	X	X
	K3	✓	X	Kısmen	X
	K4	✓	X	✓	X

ED: Epistemik düzey

Söz konusu veriler pedagojik olarak ele alındığında ise öğretmenlerin verdikleri yanıtların kavramsal düzey bileşeninde, kavramsal düzeye uygun veya kavramsal düzeye uygun değildir ve epistemik düzey bileşeninde, epistemik düzeye uygun veya epistemik düzeye uygun değildir kategorisinde dağılım gösterdiği görülmüştür. Bununla birlikte öğretmen adaylarının ise kavramsal düzey bileşeninde, kavramsal düzeye uygun veya kavramsal düzeye kısmen uygun; ancak hepsinin epistemik düzeye uygun olmadığı görülmüştür.

4.2 Matematiksel Perspektif Boyutundan Elde Edilen Bulgular

Araştırmanın bu bölümünde öğretmen ve öğretmen adaylarının yanıtlarında kullandıkları matematiksel modellerin analizinde matematiksel boyutta elde edilen bulguların ayrıntılı analizine yer verilmiştir.

4.2.1 Doğruluk Kategorisinde Elde Edilen Bulgular

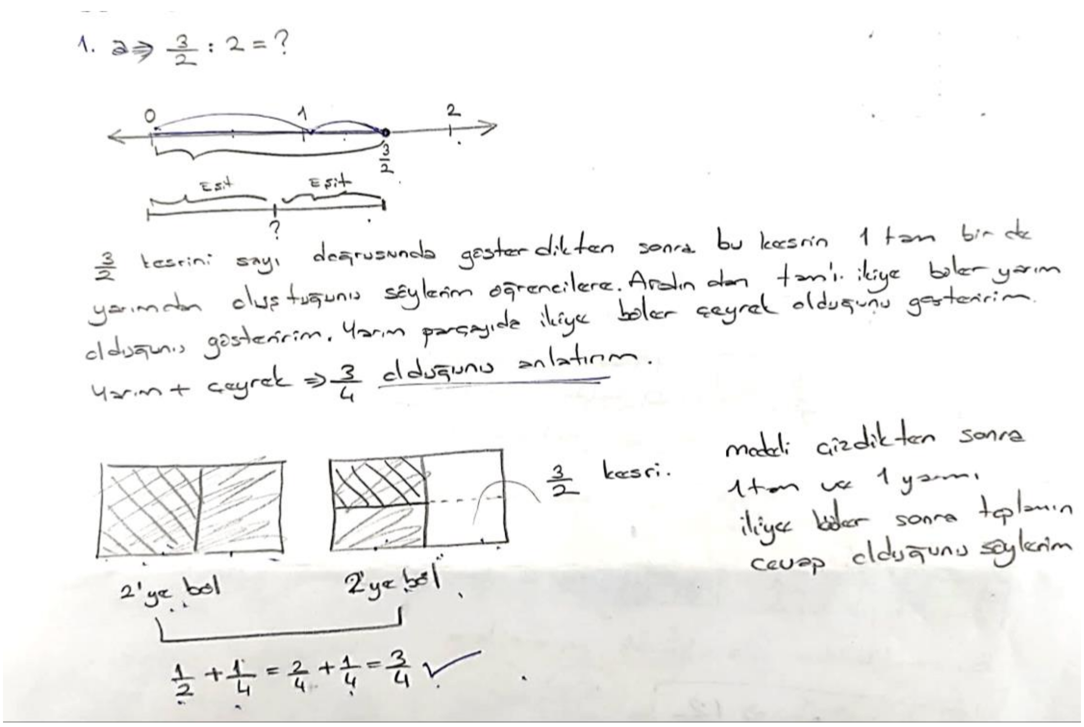
Öğretmen ve öğretmen adaylarının yanıtlarında kullandıkları matematiksel modellerin analizi sonucunda doğruluk kategorisine ilişkin elde edilen bulgular Çizelge 4.9'da verilmiştir.

Çizelge 4.9 Doğruluk Kategorisinde Elde Edilen Bulgular

Katılımcılar	Doğru/Geçerli	Kısmen doğru/ Kısmen geçerli	Doğru değil/ Geçersiz	Toplam
K1	11	-	2	13
K2	9	-	4	13
K3	10	-	3	13
K4	9	2	2	13

Çizelge 4.9'da yer alan veriler incelendiğinde öğretmen ve öğretmen adaylarının doğruluk kategorisindeki yanıtlarının çok fazla farklılaşmadığı görülmektedir.

Doğruluk kategorisinde yer alan yanıtlar için "doğru/geçerli" olarak kodlanan katılımcı yanıtları aşağıda örneklendirilmiştir.



Şekil 4.1 K2 Kodlu Katılımcının Birinci Sorunun "a" Seçeneğine Verdiği Yanıt

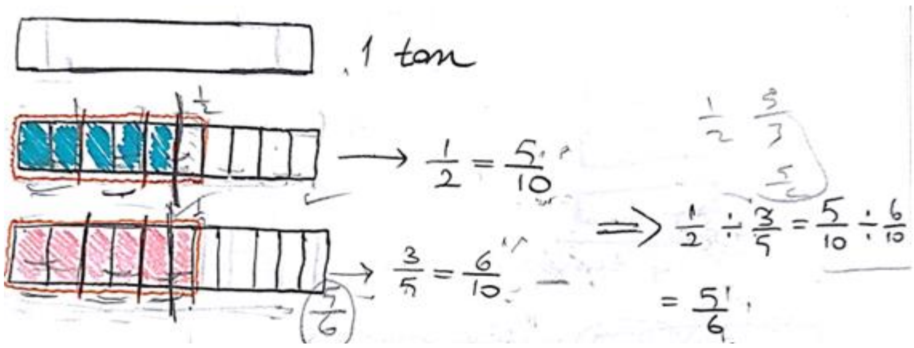
Öğrencinin yanıtının kodlanması sürecinde kendisi ile yürütülen görüşme sürecinin ilgili kesiti aşağıda verilmiştir.

Araştırmacı: Bu soruda 3/2÷2 işlemini öğrencilerinize sayı doğrusu ve alan modeli ile nasıl anlatırsınız?

K2: Bunu öğrencilere anlatırken önce 0-2 aralığında sayı doğrusu modelini çizip 3/2 kesrini işaretlerim ve bu büyüklüğün iki eşit parçaya bölüneceğini söylerim. 3/2'nin 1 tam ve 1 yarımdan oluştuğunu öğrenciye fark ettiririm ve tamı ikiye bölüp yarım, yarımı ikiye bölüp çeyrek elde edildiğini söylerim. En son yarım ve çeyreğin toplamının 3/4 olduğunu söylerim. Alan modeli ile göstermek için ise iki tane tam çizdim ve kesrin paydası iki olduğu için her iki tamı da iki eş parçaya böldüm. Şimdi burada 3/2 dediği için birinci tamın hepsini, ikinci tamın yarısını taradım. Birinci kısımda boyadığım kısmın yarısını alıp yarım, ikinci kısımda boyadığım kısmın yarısını alıp çeyrek ve toplamının 3/4 olduğunu söylerim.

Yukarıda (Şekil 4.1) K2 kodlu katılımcının 1. sorunun a seçeneğine verdiği yanıtı incelendiğinde, sayı doğrusu ve alan modelinin matematiksel olarak doğru ve gerçek duruma uygun olduğu görülmüştür. Bu nedenle ilgili cevap doğru/geçerli kategorisinde değerlendirilmiştir.

Doğruluk kategorisinde yer alan yanıtlar için "kısmen doğru/kısmen geçerli" olarak kodlanan katılımcı yanıtları aşağıda örneklendirilmiştir.



Şekil 4.2 K4 Kodlu Katılımcının Dördüncü Sorunun "c" Seçeneğine Verdiği Yanıt

Öğrencinin yanıtının kodlanması sürecinde kendisi ile yürütülen görüşme sürecinin ilgili kesiti aşağıda verilmiştir.

K4: Bu soru çok zordu benim için. Öncelikle 1 tamı gösterdim. Sonra bu bir tamın yarısını aldım ve ben bu soruyu genişleterek yaptım açıkçası. Onda beş. Yani 10 parçaya böldüm, beşini aldım, şurası. 3/5'i de 6/10 şeklinde yaptım. 10 parçaya böldüm 6'sını aldım. Şurada zaten renkli gösterdiğim yer. Bundan sonra açıkçası işlem kullanarak devam ettim.

Araştırmacı: Evet, model üzerinden gitmeye çalışalım mı? Bu modeli yorumlayabilir misin acaba, soruyla ilişkili olarak, yani 1/2 ÷ 3/5 ne anlama geliyor?

K4: 3/5'in 1/2'si.

Araştırmacı: 3/5'in 1/2'si.

K4: Aynen, değil mi?

Araştırmacı: Senin dediğin 1/2 çarpı 3/5 değil mi?

K4: Pardon.

Araştırmacı: Bölmenin anlamı neydi?

K4: Paylaştırma bir de gruplama var. Bir de tekrarlı çıkarma, zaten aynısı da. Bunda tekrarlı çıkarma olmaz. Şöyle. 1/2'yi ben ikişer ikişer gruplarım. 1/2 altı parça olduğu için 6'da 5 olur.

Araştırmacı: Peki bu neyi ifade ediyor 5/6.

K4: Sorduğunuz soruyu anlamadım, parça bütün anlamından mı gitmeliyim yoksa şu mu, 6'nın içinde kaç tane 5 var?

Araştırmacı: Peki bu soruyla ilişkilendirirsek? 1/2'nin içinde.

K4: Kaç tane 3/5 var.

Araştırmacı: Diyebilir miyiz?

K4: Deriz.

Araştırmacı: Tamam, bunu kullanarak model üzerinden "mavi bölgenin üzerinde kaç tane pembe bölgeden var" diyebilir miyiz?

K4: Tam tersi olmaz mı? Yok yok tamam sizin dediğiniz doğru.

Araştırmacı: O zaman hadi öyle yorumlayalım, mavi bölgenin içerisinde pembe bölgeden var mı sence?

K4: Yok. Çünkü burası taralı değil (Mavi bölgedeki 1/10'luk parçayı gösteriyor).

Araştırmacı: Peki sen ne buldun cevabı?

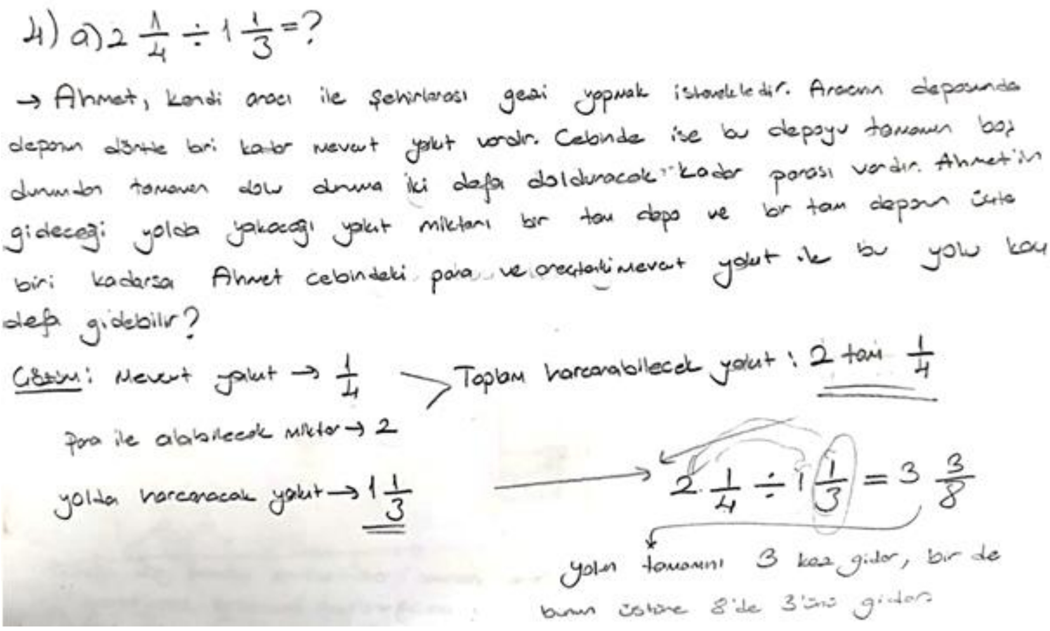
K4: 5/6 buldum.

Araştırmacı: Doğru mu sence?

K4: Ben bunu gösteririm ama açıklayamam. Modelim doğru ama nasıl açıklarım bilemiyorum.

Yukarıda K4 kodlu katılımcının 4. sorunun c seçeneğine verdiği yanıtı incelendiğinde, katılımcının ilgili işlemi doğru biçimde modellemekle birlikte işlemin sonucuna ulaşmak için aritmetik işlemlere başvurduğu görülmüştür. Kendisi ile yürütülen görüşme sürecinde katılımcı yanıtını genişletmiş olmakla birlikte, elde ettiği matematiksel sonuç ile kullandığı modeli tam olarak ilişkilendiremediği görülmektedir. Bu nedenle ilgili yanıt "kısmen doğru/kısmen geçerli" kategorisinde değerlendirilmiştir.

Doğruluk kategorisinde yer alan yanıtlar için "doğru değil/geçersiz" olarak kodlanan katılımcı yanıtları aşağıda örneklendirilmiştir.



Şekil 4.3 K3 Kodlu Katılımcının Dördüncü Sorunun "a" Seçeneğine Verdiği Yanıt

Öğrencinin yanıtının kodlanması sürecinde kendisi ile yürütülen görüşme sürecinin ilgili kesiti aşağıda verilmiştir.

<u>Araştırmacı:</u> Bu soruda her seçenek için 3 farklı sözel problem ve her problem için 2 farklı şekilde çözüm isteniyor. Yazdığınız problemi nasıl çözdünüz?

<u>K3:</u> Burada yakıt ve yol giderleri olarak bağlam oturtmaya çalıştım. 1/4 deposunda olan, cebindeki parasıyla sıfırdan tama kadar benzin deposunu 2 defa dolduruyor. Ne kadarlık yol gidebilir?

<u>Araştırmacı:</u> Buradaki işlemi nasıl yaptınız?

<u>K3:</u> İşlemi direk yaptım. Kesri bileşik kesre çevirip ters çevirip çarparak yaptım.

<u>Araştırmacı:</u> Bileşik kesre çevirmeden bu işlemi yapabilir misiniz?

<u>K3:</u> Yapılabilir ama emin değilim. Eskiden beri alıştığımız şekilde yapıyorum.

Araştırmacı: Öğrencilerden biri dese ki 2'yi 1'e, 1/4'ü 1/3'e bölerim dese ne dersiniz?

K3: İlk bakışta olmaz gibi duruyor. Açıkçası bir cevap bulamadım. Öğrenciden böyle bir soru gelse ne diyeceğimi bilemezdim. Düşününce 2'yi 1'e bölsem 2, 1/4'ü 1/3'e bölsem 3/4 yani 2 tam 3/4 olur ama bu olamaz. Çünkü bu 1/3' ü bizim 2 tamın içinde de aramamız gerekiyor. Öğrencinin dediği doğru olmazdı.

Araştırmacı: Evet, 2 tamı da 1/3'e bölmemiz gerekiyor.

Yukarıdaki K3 kodlu katılımcının 4. sorunun a seçeneğine verdiği yanıtı incelendiğinde, kullanılan açıklamaların mevcut duruma uygun olmadığı görülmüştür. Katılımcının yürüttüğü matematiksel süreçlerin problem durumuyla ilişkisi doğru biçimde kurulamamıştır. Bu nedenle ilgili katılımcının yanıtı doğru değil/geçersiz olarak değerlendirilmiştir.

4.2.2 Kapsamlılık Kategorisinde Elde Edilen Bulgular

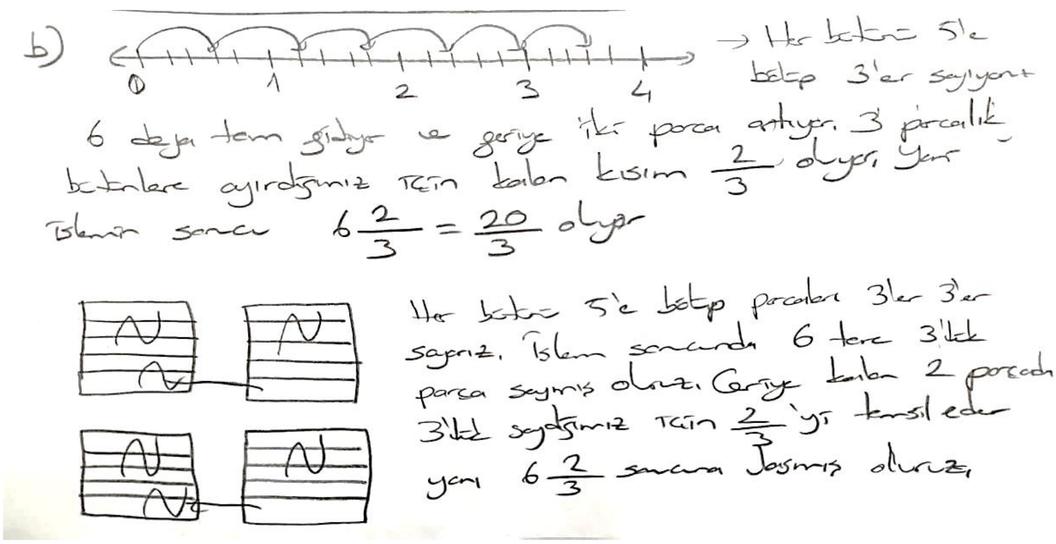
Öğretmen ve öğretmen adaylarının yanıtlarında kullandıkları matematiksel modellerin analizi sonucunda kapsamlılık kategorisine ilişkin elde edilen bulgular Çizelge 4.10'da verilmiştir.

Çizelge 4.10 Kapsamlılık Kategorisinde Elde Edilen Bulgular

Katılımcılar	Kapsamlı	Kapsamlı değil	Toplam
K1	10	3	13
K2	6	7	13
K3	2	11	13
K4	7	6	13

Çizelge 4.10'da yer alan veriler incelendiğinde öğretmen adaylarının kapsamlılık kategorisinde öğretmenlere nazaran daha düşük performanslar gösterdikleri görülmektedir. Aşağıda sırasıyla farklı kategorilerdeki yanıtlar örneklendirilmiştir.

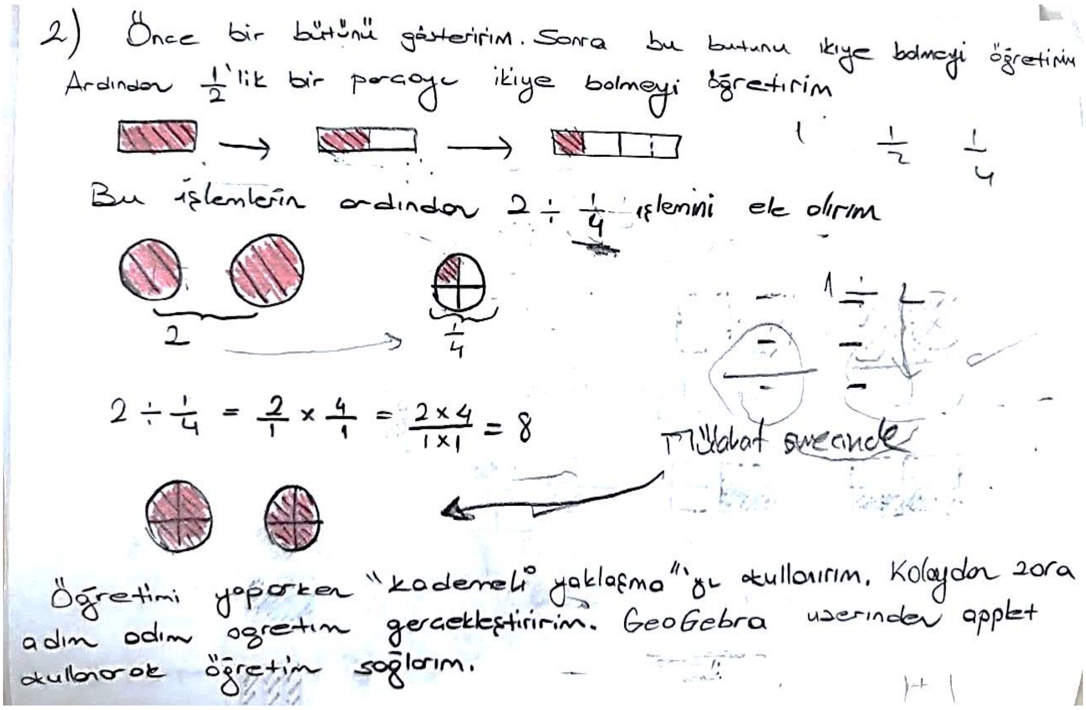
Kapsamlılık kategorisinde yer alan yanıtlar için "kapsamlı" olarak kodlanan katılımcı yanıtları aşağıda örneklendirilmiştir.



Şekil 4.4 K1 Kodlu Katılımcının Birinci Sorunun "b" Seçeneğine Verdiği Yanıt

Yukarıdaki (Şekil 4.4) K1 kodlu katılımcının 1. sorunun b seçeneğine verdiği yanıtı incelendiğinde kullanılan matematiksel modellerin ilgili olduğu matematiksel kavram veya ilişkileri tam olarak ifade ettiği görülmektedir. Bu nedenle ilgili cevap "kapsamlı" kategorisinde kodlanmıştır.

Kapsamlılık kategorisinde yer alan yanıtlar için "kapsamlı değil" olarak kodlanan katılımcı yanıtları aşağıda örneklendirilmiştir. Aşağıdaki (Şekil 4.5) K4 kodlu katılımcının 2. soruya verdiği yanıtı incelendiğinde, kesirlerle bölmeyi ilk kez öğrenen birine bölme işleminin algoritmasını öğretmek için yeteri kadar ayrıntılı modeller kullanılmadığı ve kullanılan matematiksel modellerin ilgili olduğu matematiksel kavram veya ilişkileri tam olarak ifade etmediği görülmektedir. Burada katılımcının sadece belirli bir durum üzerinden matematiksel modellere yer verdiği (tam sayının kesre bölümü) görülmektedir. Bu nedenle ilgili yanıt doğru olmakla birlikte "kapsamlı değil" kategorisinde kodlanmıştır. Öğrencinin yanıtının kodlanması sürecinde kendisi ile yürütülen görüşme sürecinin ilgili kesiti yukarıda verilmiştir. Yukarıda yer alan görüşme sürecinde katılımcının matematiksel modelleri kullanarak mevcut duruma ilişkin matematiksel kavram veya ilişkileri tam olarak (tüm yönleriyle) ifade edemediği görülmektedir. Bu nedenle ilgili katılımcının yanıtı "kapsamlı değil" olarak değerlendirilmiştir.



Şekil 4.5 K4 Kodlu Katılımcının İkinci Soruya Verdiği Yanıt

Öğrencinin yanıtının kodlanması sürecinde kendisi ile yürütülen görüşme sürecinin ilgili kesiti aşağıda verilmiştir.

<u>Araştırmacı:</u> Burada sizden kesirlerle bölmeyi ilk kez öğrenen birine bölmenin algoritmasını kullandığınız modellerle nasıl açıklayabileceğiniz sorulmaktadır. Nasıl açıklamalarda bulunursunuz?

<u>K4:</u> Öncelikle bir bütünü her zaman gösteririm. Bütünü ikiye bölerim ve her bir parçayı tekrar 2 ye bölerim. 2 tam ve 1/4’ ü gösterdim. 2 tamın içinde 8 tane 1/4 olduğunu taralı alana bakarak fark ettiririm.

<u>Araştırmacı:</u> Peki burada ters çevir çarp yani bölmenin algoritmasına girer miydiniz?

<u>K4:</u> İşlemin algoritmasını öğrenciye nasıl anlatırım bilmiyorum.

4.2.3 İzomorfizm Kategorisinde Elde Edilen Bulgular

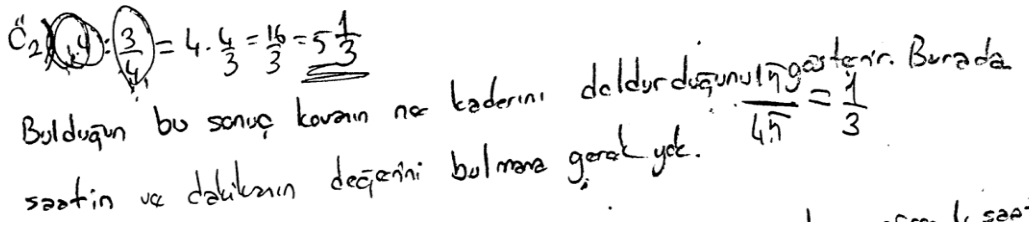
Öğretmen ve öğretmen adaylarının yanıtlarında kullandıkları matematiksel modellerin analizi sonucunda izomorfizm kategorisine ilişkin elde edilen bulgular Çizelge 4.11’de verilmiştir.

Çizelge 4.11 İzomorfizm Kategorisinde Elde Edilen Bulgular

Katılımcılar	İzomorfizm sağlar	İzomorfizm sağlamaz	Toplam
K1	3	1	4
K2	3	1	4
K3	3	1	4
K4	3	1	4

Çizelge 4.11'de yer alan veriler incelendiğinde matematik öğretmenleri ile öğretmen adaylarının izomorfizm kategorisinde aynı performansları gösterdikleri görülmektedir. Aşağıda sırasıyla farklı kategorideki yanıtlar örneklendirilmiştir.

İzomorfizm kategorisinde yer alan yanıtlar için "farklı matematiksel anlamları ayırt etmeyi sağlar "olarak kodlanan katılımcı yanıtları aşağıda örneklendirilmiştir.


Ç2) 4 : $\frac{3}{4}$ = 4 · $\frac{4}{3}$ = $\frac{16}{3}$ = 5 $\frac{1}{3}$
Bulduğun bu sonuç kovanın ne kaderini doldurduğunu gösterir. Burada $\frac{15}{45} = \frac{1}{3}$
saatin ve dakikanın değerini bulmaya gerek yok.

Şekil 4.6 K2 Kodlu Katılımcının Altıncı Soruda Ö2 Kodlu Öğrenciye Verdiği Yanıt

Öğrencinin yanıtının kodlanması sürecinde kendisi ile yürütülen görüşme sürecinin ilgili kesiti aşağıda verilmiştir.

K2: Burada bulduğumuz 5 tam, 5 tane kovanın tam dolduğunu gösterir. Kalan kısım ise kovaya doldurduğumuz miktarı gösterir. Yani 45 dakikanın 15 dakikası daha su akıtır. Yani üçte birini doldurmuş oluyoruz kovanın. 15'i 45 ile oranladım, üçte biri buldum. 5 kovayı tam doldurdum, 1 kovanın da üçte birini doldurdum. O yüzden cevap 5 tam üçte bir olur.

Araştırmacı: Peki Ö2'ye bakalım. Bu çözüm için Ö2 kodlu öğrenciye ne cevap verirsiniz?

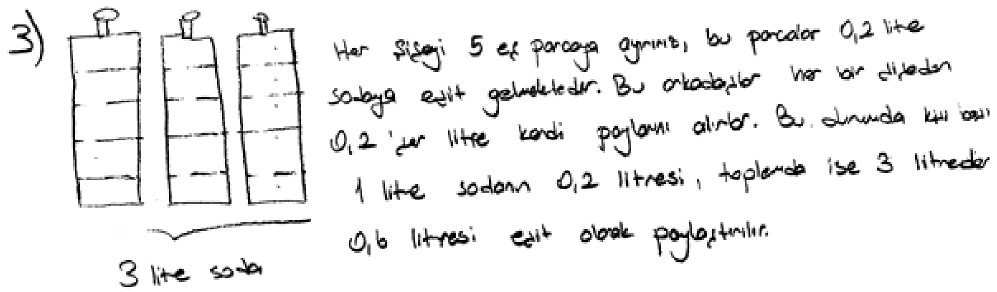
K2: Bu öğrenciye şu açıklamada bulunurum, biz saatleri birbirine oranladık. Saatleri birbirine oranladığımız için burada 15 dakikayı oranlamaya gerek yok. Öyle bir işlem yapmasına gerek kalmıyor. Biz direkt 4 saatin içinde kaç tane 3/4 var, oradan 5 tam 1/3 çıktı. Dakikaya çevirdiğimizde de kalanı yorumlarken 15'i 45'e oranlıyoruz, oradan 1/3 geliyor.

Araştırmacı: Öğrenci de 15 dakika 1 saatin çeyreğidir diyor.

K2: 1 saate oranlamaması gerekiyor, çünkü kova 1 saatte dolmuyor, kova 45 dakikada doluyor. Benim kalanım da 15 dakika olduğu için kovanın dolum süresine oranlaması gerekiyor. O yüzden 1/3 çıkması gerekiyor, 1/4 değil.

Yukarıda yer alan görüşme sürecinde öğretmenin kullandığı öğretimsel açıklamalarda problemde yer alan farklı matematiksel anlamları ayırt etmeyi sağlayacak ifadelere yeterli biçimde yer verdiği görülmektedir. Bu nedenle ilgili yanıt "farklı matematiksel anlamları ayırt etmeyi sağlar" olarak kodlanmıştır.

İzomorfizm kategorisinde yer alan yanıtlar için "farklı matematiksel anlamları ayırt etmeyi sağlamaz "olarak kodlanan katılımcı yanıtları aşağıda örneklendirilmiştir.



Şekil 4.7 K3 Kodlu Katılımcının Üçüncü Soruya Verdiği Yanıt

Öğrencinin yanıtının kodlanması sürecinde kendisi ile yürütülen görüşme sürecinin ilgili kesiti aşağıda verilmiştir.

K3: Burada her şişeyi 5 parçaya ayırmışım, bu parçalar her biri 1 litrelik olduğu için (3 tane- 3 litrelik sodayı bu şekilde ifade etmişim), 5 parçaya ayırdığımızda her bir parça 0,2 litre, bu arkadaşlar her bir şişeden 0,2'şer litre kendi paylarına alıyorlar. Bu durumda kişi başı 1 litreden 0,2 litre, 3 litreden de 0,6 litre soda alıyorlar.

Yukarıda alıntıda katılımcı tarafından oluşturulan model doğru olmakla birlikte, çözüm sürecinde yapılanların problemde istenenlerle uyumlu olmadığı görülmektedir. Bu durumun nedeni tam olarak matematiksel anlamların birbirine karıştırılmasıdır. Bu nedenle ilgili yanıt "farklı matematiksel anlamları ayırt etmeyi sağlamaz" olarak kodlanmıştır.

4.3 Pedagojik Perspektif Boyutundan Elde Edilen Bulgular

Araştırmanın bu bölümünde öğretmen ve öğretmen adaylarının yanıtlarında kullandıkları matematiksel modellerin analizinde pedagojik boyutta elde edilen bulguların ayrıntılı analizine yer verilmiştir.

4.3.1 Kavram Düzeyi Kategorisinde Elde Edilen Bulgular

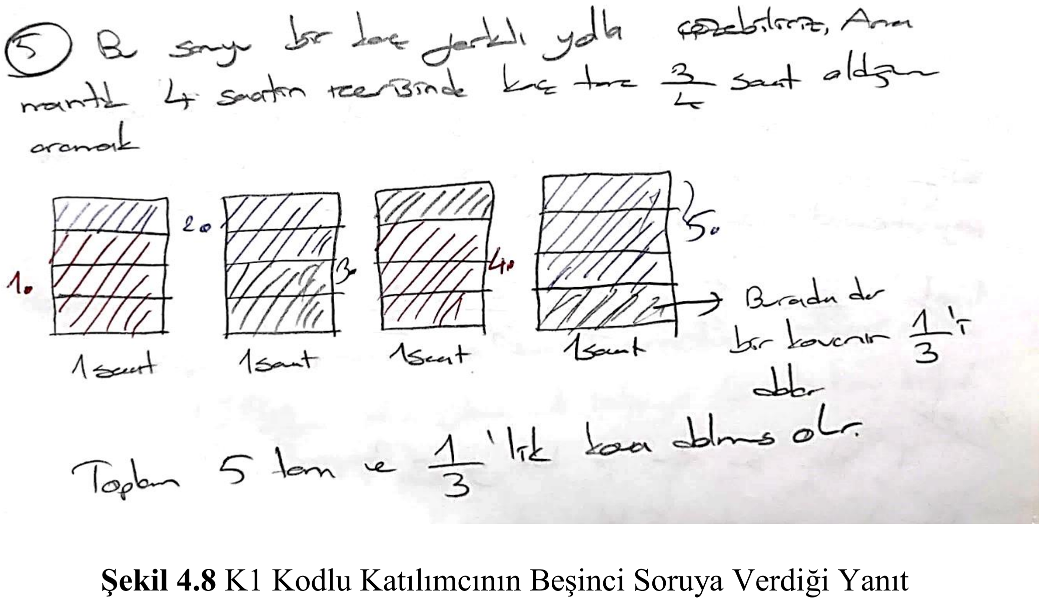
Öğretmen ve öğretmen adaylarının yanıtlarında kullandıkları matematiksel modellerin analizi sonucunda kavram düzeyi kategorisine ilişkin elde edilen bulgular Çizelge 4.12'de verilmiştir.

Çizelge 4.12 Kavram Düzeyi Kategorisinde Elde Edilen Bulgular

Katılımcılar	Kavramsal düzeye uygun	Kavramsal düzeye kısmen uygun	Kavramsal düzeye uygun değil	Toplam
K1	8	3	2	13
K2	8	-	5	13
K3	7	4	2	13
K4	8	2	3	13

Çizelge 4.12'de yer alan veriler incelendiğinde öğretmen ve öğretmen adaylarının yanıtlarının çok fazla farklılık göstermediği görülmektedir. Aşağıda sırasıyla farklı kategorilerdeki yanıtlar örneklendirilmiştir.

Kavram düzeyi kategorisinde yer alan yanıtlar için "kavramsal düzeye uygundur" olarak kodlanan katılımcı yanıtları aşağıda örneklendirilmiştir.



Şekil 4.8 K1 Kodlu Katılımcının Beşinci Soruya Verdiği Yanıt

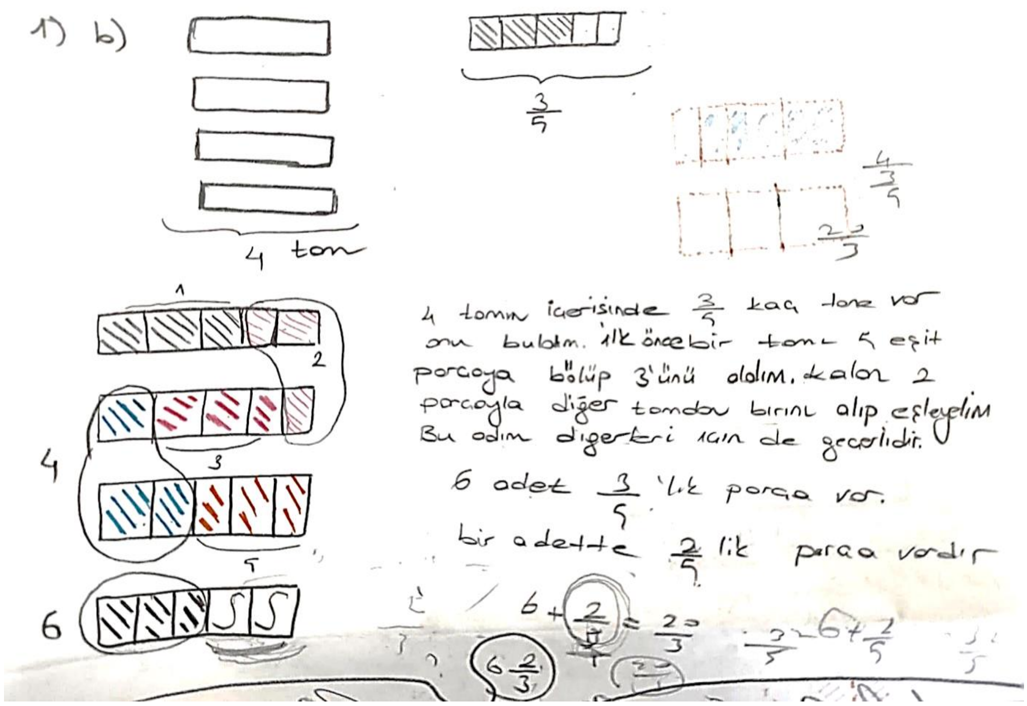
Öğrencinin yanıtının kodlanması sürecinde kendisi ile yürütülen görüşme sürecinin ilgili kesiti aşağıda verilmiştir.

<u>Araştırmacı:</u> Verilen problemde 4 saatte kaç kova su dolduğunu modellerden yararlanarak çözmeniz isteniyor. Nasıl çözdünüz?

<u>K1:</u> 4 saatin içinde kaç tane 4'te 3 saat var bunu arıyoruz. Her saati 4'e böldüm ve 3'er 3'er saydım. 5 tane 3'lü var bir de 4'te 1'lik saat kaldı ama ben 3'erli aradığım için benim aradığımın 3'te 1'i oluyor. Yani 5 tane ve 1/3 oluyor.

Yukarıda (Şekil 4.7) K1 kodlu katılımcının 5. soruya verdiği yanıtı incelendiğinde kullanılan modellerin bölme işleminin kavramsal anlamına odaklandığı görülmektedir, dolayısıyla kullanılan matematiksel modellerin öğretimsel açıklamalarda niçin sorusunun cevabını vermeye yönelik olarak kullanılmakta olduğu görülmektedir. Yukarıda yer alan görüşme sürecine dayanarak katılımcı tarafından kullanılan modellerin "niçin" sorusunun cevabını vermeye yönelik olarak kullanıldığı görülmüştür. Bu nedenle ilgili yanıt "kavramsal düzeye uygun" olarak değerlendirilmiştir.

Kavram düzeyi kategorisinde yer alan yanıtlar için "kavramsal düzeye kısmen uygundur" olarak kodlanan katılımcı yanıtları aşağıda örneklendirilmiştir.



Şekil 4.9 K4 Kodlu Katılımcının Birinci Sorunun "b" Seçeneğine Verdiği Yanıt

Öğrencinin yanıtının kodlanması sürecinde kendisi ile yürütülen görüşme sürecinin ilgili kesiti aşağıda verilmiştir.

K4: 4 tamın içerisinde 3/5 kaç tane var diye öncelikle düşündüm. İlk önce 1 tamı 5 eşit parçaya böldüm, üçünü aldım. Kalan iki parçayla diğer tamdan birini alıp eşledim.

Araştırmacı: 6 tane var.

K4: Aynen. 6 adet 3/5'lik parça var. 1 adet te 2/5'lik parça var. 6 + 2/3 yani 20/3 yaptı.

Araştırmacı: Niçin 2/3, 2/5 değil?

K4: Aa orada, o zaman burda bir yanlış yaptım. 2/5 olacak. Burada bir yanlışım var.

Araştırmacı: Emin misin?

K4: (Katılımcı bir müddet düşünür.) Burada bir yanlış yok mu yaa, burası 5 olmayacak mı?

Araştırmacı: Tekrar düşün bakalım.

K4: 2/3'ü ben nerden bulmuşum? (Katılımcı yaptığı tüm işlemleri tekrar gözden geçirir.) Bunu hatırlamıyorum. 2/3 bu modele uymuyor. Hocam nerede?

Araştırmacı: Sorun galiba burada tam 3 parça mı, 5 parça mı? Değil mi?

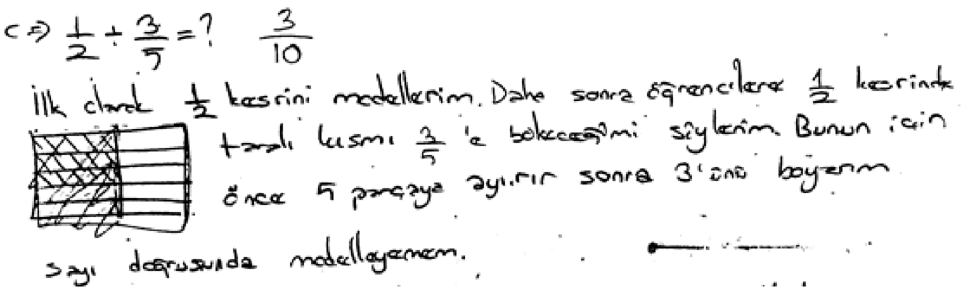
K4: Aynen.

Araştırmacı: Ne üzerinden konuşuyoruz?

K4: 4 tane tam üzerinden. O zaman cevabı da yanlış buluyorum. 5 olsa 32/5 oluyor. Bunu hatırlamıyorum gerçekten. Yok hocam bunu hatırlamıyorum.

Yukarıdaki (Şekil 4.9) K4 kodlu katılımcının 1. sorunun b seçeneğinin yanıtı ve ilgili görüşme süreci incelendiğinde katılımcının ilgili durumun modelini yorumlayamadığı görülmektedir. Katılımcı kalan 2 parçayı kesir biçiminde ifade etmekte zorlanmıştır. Dolayısıyla katılımcının kullandığı modellerin kavramsal düzeyde olduğunu söylemek güçtür. Bu nedenle ilgili cevap "kavramsal düzeye kısmen uygundur" kategorisinde kodlanmıştır.

Kavram düzeyi kategorisinde yer alan yanıtlar için "kavramsal düzeye uygun değildir" olarak kodlanan katılımcı yanıtları aşağıda örneklendirilmiştir.



Şekil 4.10 K2 Kodlu Katılımcının Birinci Sorunun "c" Seçeneğine Verdiği Yanıt

Öğrencinin yanıtının kodlanması sürecinde kendisi ile yürütülen görüşme sürecinin ilgili kesiti aşağıda verilmiştir.

<u>K2:</u> Önce bir bütün çizdin onun 1/2'sini buldum. 1/2'yi taradım. Sonra taradığım kısmın beşte üçünü bulmaya çalıştım. Yatayda beş eşit parçaya böldüm, üçünü taradım. Buradan da kesişimleri 3/10 oldu. Ama aslında bunun cevabı 3/10 çıkmıyor. Yani benim yaptığım model çarpma işleminin modeli gibi oldu, bölmenin modeli gibi olmadı. Sayı doğrusunda da modelleyemedim.

Yukarıda yer alan katılımcı yanıtı ve görüşme sürecine bağlı olarak katılımcının ilgili işlemin modelini doğru ve kavramsal düzeyde kuramadığı görülmüştür. Bu duruma bağlı olarak ilgili yanıt "kavramsal düzeye uygun değildir" olarak kodlanmıştır.

4.3.2 Problem Çözme Düzeyi Kategorisinde Elde Edilen Bulgular

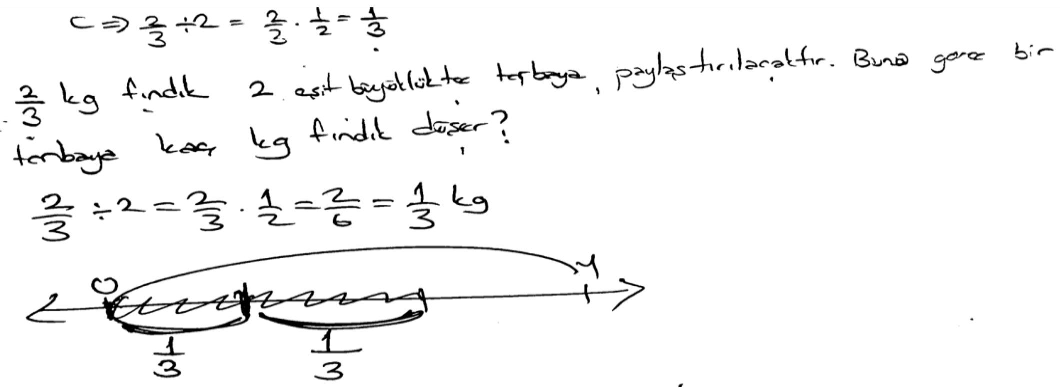
Öğretmen ve öğretmen adaylarının yanıtlarında kullandıkları matematiksel modellerin analizi sonucunda problem çözme düzeyi kategorisine ilişkin elde edilen bulgular Çizelge 4.13'te verilmiştir.

Çizelge 4.13 Problem Çözme Düzeyi Kategorisinde Elde Edilen Bulgular

Katılımcılar	PÇ düzeyine uygun	PÇ düzeyine kısmen uygun	PÇ düzeyine uygun değil	Toplam
K1	6	-	-	6
K2	4	-	2	6
K3	4	1	1	6
K4	4	-	2	6

Çizelge 4.13'te yer alan veriler incelendiğinde, öğretmen adaylarının problem çözme düzeyi kategorisinde öğretmenlere nazaran daha düşük performanslar gösterdikleri görülmektedir. Aşağıda sırasıyla farklı kategorilerdeki yanıtlar örneklendirilmiştir.

Problem çözme düzeyi kategorisinde yer alan yanıtlar için “problem çözme düzeyine uygundur” olarak kodlanan katılımcı yanıtları aşağıda örneklendirilmiştir.



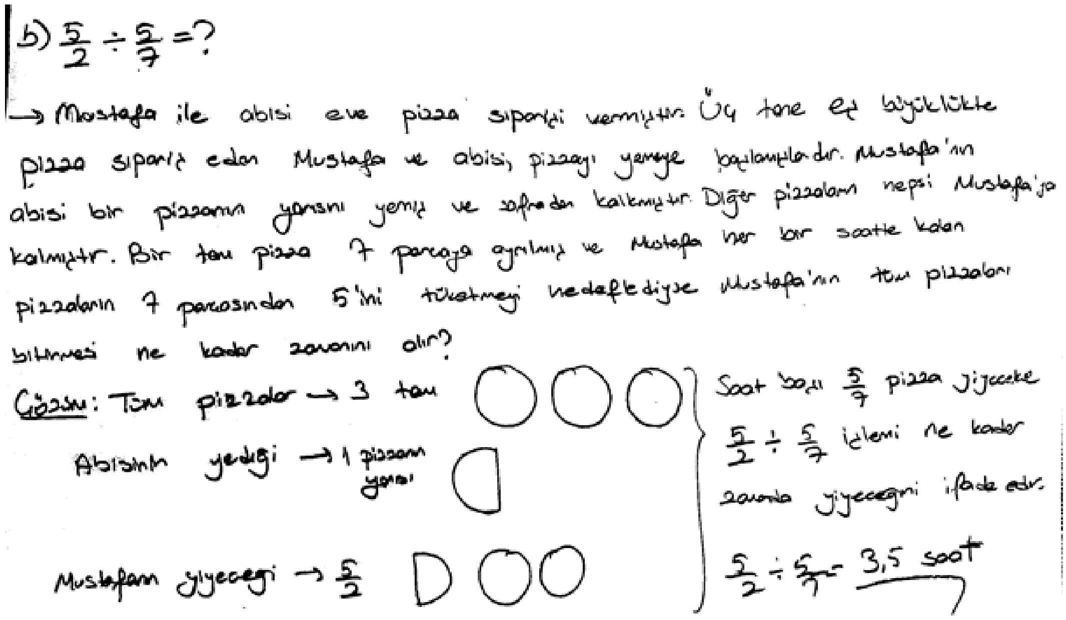
Şekil 4.11 K2 Kodlu Katılımcının Dördüncü Sorunun “c” Seçeneğine Verdiği Yanıt

Öğrencinin yanıtının kodlanması sürecinde kendisi ile yürütülen görüşme sürecinin ilgili kesiti aşağıda verilmiştir.

K2: Bu soruda kurduğum problem şu şekilde 2/3 kg fındık 2 eşit büyüklükte torbaya paylaştırılacaktır. Buna göre bir torbaya kaç kg fındık düşer. Burada bir normal işlem yaparak cevabı buluyoruz, birinci kesri aynen yazıp ikinci kesri ters çevirip çarptığımızda 1/3 kg düşer diye bulabiliyoruz.
Araştırmacı: Başka nasıl açıklama yapabiliriz, farklı?
K2: Başka sayı doğrusunda gösterebiliriz. 0 ile 1 arasını çizerim çünkü bu 1 tamdan küçük. 3 eşit parçaya böleriz. 2 tanesini boyarız. Bunu iki eşit parçaya ayırdığımda bu büyüklüğü ikiye bölmem gerekiyor. İkiye böldüğümde de burası ve burası eşit olduğu için direkt bütünün üçte birine karşı gelir. Her bir torbaya 1/3 kg fındık düşer.

Yukarıda yer alan K2 kodlu katılımcının yanıtı ve görüşme sürecine bağlı olarak katılımcının mevcut duruma uygun problem kurabildiği ve problemi uygun modelleri kullanarak çözebildiği görülmektedir. Bu duruma bağlı olarak ilgili yanıt “problem çözme düzeyine uygundur” olarak kodlanmıştır.

Problem çözme düzeyi kategorisinde yer alan yanıtlar için “problem çözme düzeyine kısmen uygundur” olarak kodlanan katılımcı yanıtları aşağıda örneklendirilmiştir.



Şekil 4.12 K3 Kodlu Katılımcının Dördüncü Sorunun “b” Seçeneğine Verdiği Yanıt

Problem çözme düzeyi kategorisinde yer alan yanıtlar için “problem çözme düzeyine uygun değildir” olarak kodlanan katılımcı yanıtları aşağıda örneklendirilmiştir.

Öğrencinin yanıtının kodlanması sürecinde kendisi ile yürütülen görüşme sürecinin ilgili kesiti aşağıda verilmiştir.

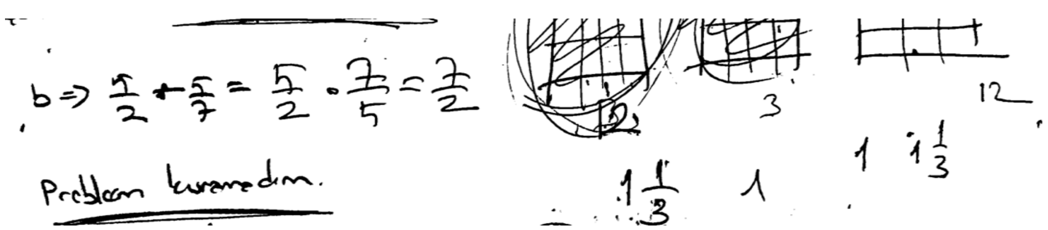
<u>K3:</u> Bu problemi tam kuramamış olabilirim. Emin değilim.

<u>Araştırmacı:</u> Buradaki işlemi nasıl yaptın?

<u>K3:</u> Burada yine ters çevir çarp algoritmasından yararlandım.

Yukarıda yer alan katılımcının verilen duruma uygun problemi doğru kurmakla birlikte problemin çözümüne yönelik modelleri oluşturamadığı görülmektedir. Bu nedenle ilgili yanıt “problem çözme düzeyine kısmen uygundur” olarak kodlanmıştır.

Problem çözme düzeyi kategorisinde yer alan yanıtlar için “problem çözme düzeyine uygun değildir” olarak kodlanan katılımcı yanıtları aşağıda örneklendirilmiştir.



Şekil 4.13 K2 Kodlu Katılımcının Dördüncü Sorunun "b" Seçeneğine Verdiği Yanıt

Öğrencinin yanıtının kodlanması sürecinde kendisi ile yürütülen görüşme sürecinin ilgili kesiti aşağıda verilmiştir.

K2: Buna problem yazamadım. Çözümünü yapabiliyorum ama problem kuramadım.

Yukarıda yer alan katılımcının verilen duruma uygun problem kuramadığı görülmektedir. Bu nedenle ilgili yanıt "problem çözme düzeyine uygun değildir" olarak kodlanmıştır.

4.3.3 Epistemik Düzey Kategorisinde Elde Edilen Bulgular

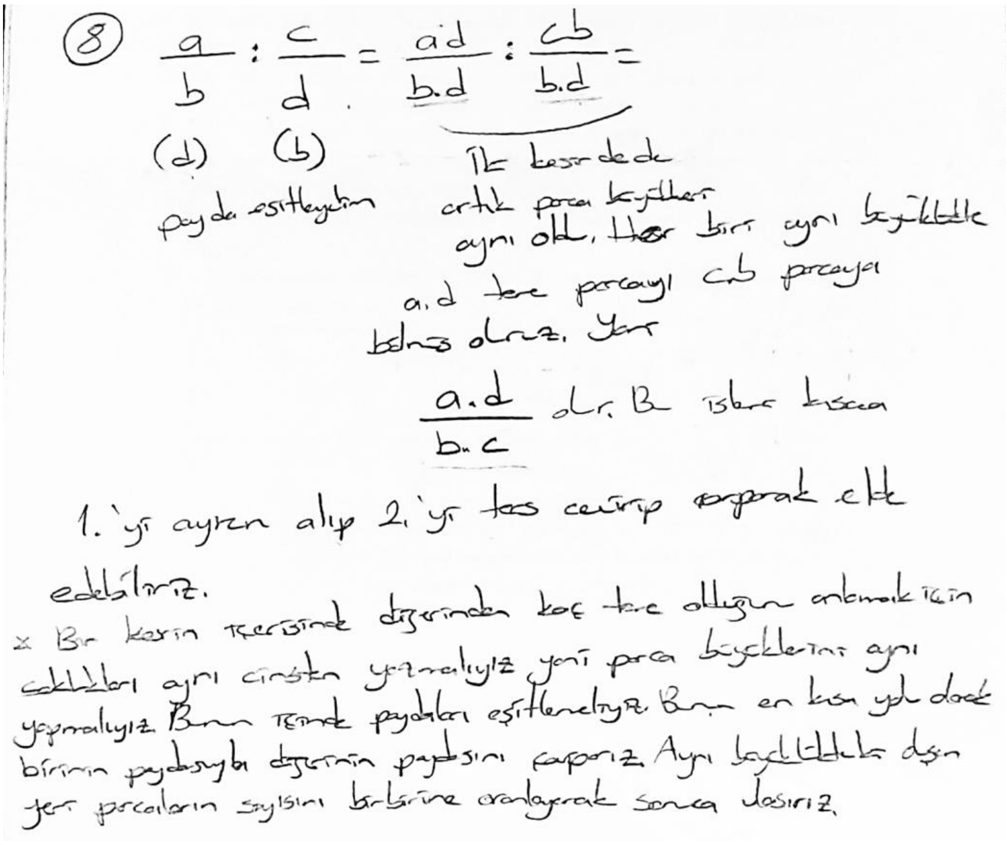
Öğretmen ve öğretmen adaylarının yanıtlarında kullandıkları matematiksel modellerin analizi sonucunda epistemik düzey kategorisine ilişkin elde edilen bulgular Çizelge 4.14'te verilmiştir.

Çizelge 4.14 Epistemik Düzey Kategorisinde Elde Edilen Bulgular

Katılımcılar	Epistemik düzeye uygundur	Epistemik düzeyeuygun değildir	Toplam
K1	1	-	1
K2	-	1	1
K3	-	1	1
K4	-	1	1

Çizelge 4.14'te yer alan veriler incelendiğinde K1 kodlu katılımcının epistemik düzeye uygun bir performans sergilediği, bunun dışında tüm katılımcıların tüm performanslarının epitemik düzeye uygun olmadığı görülmüştür. Aşağıda sırasıyla farklı kategorilerdeki yanıtlar örneklendirilmiştir.

Epistemik düzey kategorisinde yer alan yanıtlar için "epistemik düzeye uygundur" olarak kodlanan katılımcı yanıtları aşağıda örneklendirilmiştir.



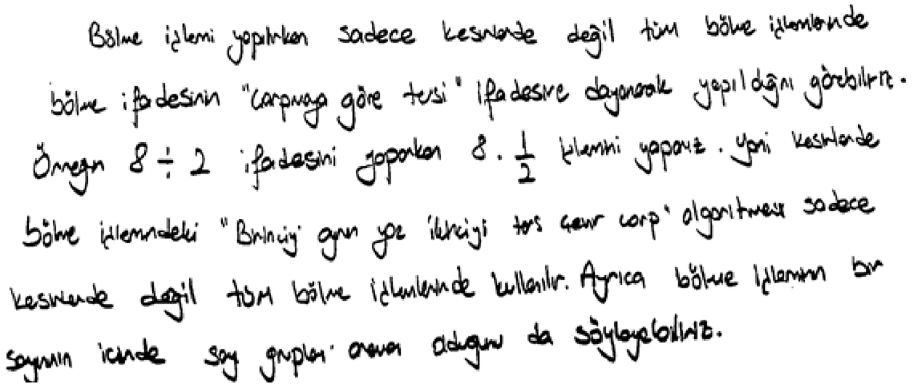
Şekil 4.14 K1 Kodlu Katılımcının Sekizinci Soruya Verdiği Yanıt

Öğrencinin yanıtının kodlanması sürecinde kendisi ile yürütülen görüşme sürecinin ilgili kesiti aşağıda verilmiştir.

<u>K1:</u> Bu soru çok zorladı beni. Şimdi burada payda eşitleme mantığından gittim. Paydaları eşitlediğimiz zaman bu hale geldi, ikisinde de artık parça büyüklükleri aynı oldu. Bu işlemi de kısaca elde etmek için şunu yapabiliriz. Birinciyi aynen alıp ikinciyi ters çevirerek çarptığımızda bunu elde edebiliriz. İkinci açıklamayı da buraya yaptım.

Yukarıdaki alıntı ve görüşme sürecinde katılımcının ters çevirip çarpma algoritmasının matematiksel ispatını doğru biçimde yaptığı ve bu durumla ilişkili öğretimsel açıklamaya da doğru biçimde yer verdiği görülmektedir. Dolayısıyla ilgili yanıt "epistemik düzeye uygundur" olarak kodlanmıştır.

Epistemik düzey kategorisinde yer alan yanıtlar için "epistemik düzeye uygun değildir" olarak kodlanan katılımcı yanıtları aşağıda örneklendirilmiştir.



Şekil 4.15 K3 Kodlu Katılımcının Sekizinci Soruya Verdiği Yanıt

<u>K3:</u> Bu soruyu sözel olarak yazdım.

<u>Araştırmacı:</u> İspatlayabilir misin matematiksel olarak? Neden ters çevirip çarpıyoruz?

<u>K3:</u> Aslında bu durum sadece kesirlerde yok, tam sayılarda biz bölme yaparken de, zaten bölme ifadesi çarpmanın tersi anlamı var, yani biz aslında 8'i 2'ye bölerken de aslında 8'i 1/2 ile çarpıyoruz. Sadece kesirlerde olan bir durum değil, kesirlerde sadece biraz daha göz önünde oluyor, bence öyle. Başka türlü ters çevirip çarpma algoritması nasıl açıklanabilir?

<u>Araştırmacı:</u> Aslında bölme bir çarpmadır diyorsun.

<u>K3:</u> Evet bölme çarpmanın tersidir. Bölme çarpma içerikli bir işlemdir yani bence. Ama işte bunu nasıl somutlaştırabilirim? Bilmiyorum.

Yukarıda yer alan katılımcı yanıtı ve görüşme süreci incelendiğinde K3 kodlu katılımcının kesirlerle bölme işlemi algoritmasının matematiksel düzeyde tam olarak açıklayamadığı ve matematiksel ispatı yapamadığı görülmüştür. Bu nedenle ilgili cevap "epistemik düzeye uygun değildir" kategorisinde kodlanmıştır.

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, matematik öğretmenleri ile öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik öğretimsel açıklamaları matematiksel modeller bağlamında incelenmiştir. Buna göre katılımcı yanıtları matematiksel ve pedagojik perspektif boyutları altında 6 farklı kategoride incelenmiştir.

Araştırmada matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının her biri için uygulanan sekiz adet açık uçlu sorudan oluşan form ve yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen veriler genel olarak incelendiğinde öğretmen ve öğretmen adaylarının kesirlerle bölme işleminde matematiksel modelleri genel olarak doğru biçimde kullandıkları görülmüştür. Bununla birlikte mevcut durumda yer alan kesirler basit kesirden bileşik kesre veya tam sayılı kesre dönüştükçe tüm katılımcıların süreç içerisinde yer verdikleri matematiksel modellerin de azaldığı, öğretimsel açıklamaların sözel boyutta kaldığı görülmüştür. Başka bir deyişle tüm katılımcılar tam sayıların kesre bölümü veya basit kesir içeren bölme işlemleri gibi durumlarda yeterli düzeyde performans gösteriyor ve farklı tür modelleri doğru biçimde kullanabiliyorken, kesrin özelliğine bağlı olarak özellikle tam sayılı kesir içeren daha karmaşık durumlarda modellere daha az yer vermişlerdir. Literatüre bakıldığında Işık (2011) çalışmasında da benzer sonuçlara ulaşıldığı görülmektedir. Öğretmen adaylarının kesirlerle bölme işlemine yönelik kurdukları problemlerin incelendiği çalışmada, öğretmen adaylarının işlem ve sayıları anlamlandırmada güçlük yaşadıkları, özellikle bölünenin doğal sayı olduğu durumlarda katılımcıların ölçme (gruplama) anlamını gösteren problemler oluşturabildikleri sonucu elde edilmiştir. Bunun tersine bölünen ve bölenin kesir olduğu durumlarda kurulan problemlerde ölçme anlamının oluşturulmasında güçlükler yaşandığı görülmüştür. Söz konusu durumlarda öğretmen adaylarının bölen kesir sayısına doğal sayı anlamı yükledikleri ve paylaştırma anlamına yoğunlaştıkları görülmüştür. Dolayısıyla kesirlerle bölme işleminde sırasıyla bölünen ve bölen kesrin özelliğine bağlı olarak bireylerin mevcut durumu algılayışının da değiştiği söylenebilir. Bu araştırma kapsamında elde edilen bulgular tüm katılımcıların matematiksel modelleri oluşturma sürecinde genel olarak bölmenin farklı anlamlarını uygun biçimde kullanabildiklerini göstermiştir. Buna göre özellikle bölen sayının tam sayı olduğu durumlarda paylaştırma, bölen sayının kesir olduğu durumlarda ise gruplama anlamı kullanılmıştır. Araştırmada özellikle sayı doğrusu veya küme modeli olarak belirtilmedikçe tüm katılımcılar genel olarak alan modelini kullanma eğiliminde olmuşlardır. Bu durum özellikle karmaşık durumlar için söz konusu olmuştur. Daha açık ifade etmek gerekirse kesrin kesre bölümü veya tam sayılı kesir içeren durumlarda katılımcıların tamamının alan modelini tercih ettikleri ve sayı doğrusu modelini kullanmadıkları görülmüştür. Bununla birlikte araştırmanın geneli için katılımcıların küme modelini hemen hemen hiç kullanılmadıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının yaptıkları öğretimsel açıklamalar incelendiğinde kesirlerle bölme işleminde sayı doğrusu ve sayma pulları kullanımına yönelik performanslarının ayrıca yetersiz olduğu görülmüştür. Burada sözü edilen durumlarla benzer olarak Seçir (2017) ve Toluk-Uçar (2009) çalışmalarında, öğretmen adaylarının kesirlerle işlem konusunda alan modelini kullanmayı tercih ettikleri görülmüştür. Alan modeli eş parçalara ayırmayı doğrudan gösteren bir model olduğundan katılımcıların bu modeli tercih ettikleri düşünülmektedir. İki kesrin bölme işleminin alan modeli ile gösterilmesinde tüm öğretmen ve öğretmen adaylarının öncelikle bölünen kesri sonra içerisinde bölen kesirden ne kadar bulunduğunu göstermeye çalıştıkları, bir başka deyişle gruplama anlamını kullandıkları görülmüştür. Benzer olarak Erdem ve ark., (2015) tarafından yapılan çalışmada da öğretmen adaylarından bazılarının aynı yaklaşımı benimsediği görülmektedir. Yine Bayazit ve ark., (2011) çalışmalarında öğretmenlerin bölünen sayı içerisinde bölen sayından kaç tane olduğu düşüncesi ile hareket ettikleri gözlenmiştir. Bu durumla ilişkili olarak yürütülen farklı araştırmalarda (Ball, 1990; Ma, 1999; Simon, 1993; Van de Walle, 2004) özellikle kesirlerle bölme işleminde gruplama anlamının kullanımının paylaştırma anlamına nazaran daha uygun olduğunu göstermektedir.

Çelik ve Çiltaş (2015) matematik öğretmenlerinin beşinci sınıf kesirler ve kesirlerle işlemler konusunda öğretim yaparken matematiksel modelleri kullanım düzeylerini incelemiş ve öğretmenlerin modeller konusunda sınırlı bilgiye sahip olduklarını ifade etmiştir. Öğretmenlerin genel olarak alan ve sayı doğrusu modellerini kullandıkları ve diğer modeller hakkında pek bilgiye sahip olmadıkları görülmüştür. Aynı çalışmadan elde edilen sonuçlara göre öğretmenlerin modellerin kullanımı konusunda genel olarak olumlu düşüncelere sahip oldukları, modelleri, konuyu görselleştirdiği ve kalıcılığı artırdığı için faydalı buldukları ifade edilmiştir. Bayazit ve ark., (2011) ilköğretim matematik öğretmenlerinin model algılarının yanı sıra tam sayılar ve kesirler konusu özelinde ders kitaplarında verilen modelleri anlama ve bu kavramlarla alakalı düşünceleri izah etmek için model oluşturmadaki yeterlilikleri incelenmiştir. Çalışma sonucunda öğretmenlerin model kullanımının sağlayacağı bilişsel ve duyuşsal katkılar konusunda oldukça pozitif inanç ve düşüncelere sahip oldukları görülmüş, ancak model algılarının sayma pulları ve kesir kartları türünden şekil ve şemalarla kısıtlanmış olduğu sonucu elde edilmiştir. Bunun yanı sıra, öğretmenlerin matematik ders kitaplarında sunulmuş olan modelleri anlama ve sembolik olarak verilen matematiksel durumları izah etmek için uygun modeller oluşturup kullanma konularında ciddi sıkıntılar yaşadıkları görülmüştür. Luo ve ark., (2011) çalışmasında Tayvan ve Amerika'daki öğretmen adaylarının kesirler ve kesirlerle işlemler konusunda bilgileri karşılaştırılmıştır. İlgili çalışmada, Amerika'daki öğretmen adaylarının en çok alan modelini tercih ettikleri ve uzunluk modelinde sıkıntı yaşadıkları sonucu elde edilmiştir. Benzer biçimde Duran (2017) ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde model kullanımına yönelik alan bilgilerini, kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinde model kullanımına yönelik pedagojik alan bilgilerini ve öğretmen adaylarının kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinde model kullanımına yönelik alan bilgilerini öğretimlerine nasıl yansıttıklarını incelemiştir. Çalışma sonucunda öğretmen adaylarının kesirlerin ve kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinin temsilinde öncelikle alan modeli kullanma eğiliminde oldukları, verilen işlemleri temsil etmede en az sayı doğrusu modelini tercih ettikleri görülmüştür. Öğretmen adaylarından birinin ise sayma pulları modelinde eş gruplara ayırma fikrine sahip olmadığı görülmüştür. Fakat bu öğretmen adayı ders notunda küme modeli ile temsilde nesneleri payda kadar eş gruba ayırma fikrine sahip olduğunu göstermiştir. Kesirlerle bölme işleminde öğretmen adayları tarafından sadece alan modeli kullanılmıştır.

Bu araştırmadan elde edilen gözlemlere dayanan bir diğer sonuç, öğretmen adaylarının özellikle kesirlerle bölme işlemlerinde kullandıkları algoritmaların gerekçelerini izah edememeleri olmuştur. Alan yazında yer alan ve elde edilen bu sonuçla benzerlikler taşıyan bir çalışma olan Işıksal (2006) öğretmen adaylarının, kesirlerle çarpma ve bölmeye yönelik problemlerin çözümünü yaparken gerekli işlemleri yapabilmelerine rağmen bu işlemlerin anlamlarını açıklama konusunda yeterli olmadıkları sonucunu elde etmiştir. Benzer şekilde Zembat (2007) öğretmen adaylarının iki kesrin birbirine bölünmesi işlemini yaptığında neden birinci kesrin aynen yazılıp ikinci kesrin tersinin yazılıp çarpılacağını açıklayamadıklarını ifade etmiştir. Yine Borko ve ark., (1992) çalışmasında ise kesirlerde bölme işleminde ters çevirip çarpma algoritmasını açıklaması istenen bir öğretmen adayının, iki kesrin bölümünü veren bir problem durumu oluşturmaya ve alan modeli ile göstermeye çalışırken kesirlerin çarpımına yönelik bir problem ortaya koyduğu elde edilmiştir. Sözü edilen bu durum bu araştırma kapsamında K2 kodlu öğretmenin 1. sorunun c seçeneğinde oluşturduğu model kapsamında da gözlenmiştir. Sözü edilen durumda öğretmen bölmenin değil çarpmanın modelini oluşturmuş fakat hatasının farkına varmasına rağmen cevabını düzeltememiştir.

Yine öğretmen adaylarının model kullanma performanslarına yönelik olarak bu araştırmada öğretmen adaylarının kesirlerle bölme işlemine yönelik olarak ters çevir-çarp algoritmasını kullanmaya meyilli oldukları sonucu elde edilmiştir. Benzer şekilde Ball (1990) öğretmen adaylarının kesirlerle bölmenin anlamı konusunda zorluklara sahip olduklarını ifade etmektedir. Rosli ve ark., (2013) çalışmasında da benzer biçimde öğretmen adaylarının kesirlerle işlemler konusunda sahip oldukları bilgilerin zayıf olduğu ve kesirlerin öğretiminde modellemelerin yer alması gerekliliği ifade edilmiştir. Baki ve Bütün (2009) çalışmasında ise bu çalışmalardan farklı olarak öğretmen performanslarının daha düşük olduğu ve öğretmenlerin ters-çevirip çarpma algoritmasını açıklayamadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Dolayısıyla öğretmen adaylarının öğretim süreçlerinde farklı temsil ve gösterimlerin kullanımı konusunda bilgi düzeylerinin artırılması ve onların da mesleğe başladıklarında öğrencilerine bu tür sorgulamaları yöneltmesi gerektiği söylenebilir. Aksi yapılmadığı takdirde oldukça soyut olan kesirlerle bölme konusuyla ilişkili olarak kesrin doğal sayıya bölünmesi ve kesrin kesre bölünmesi konularında da öğrencilerin pek çok öğrenme güçlükleri yaşayacağı tahmin edilmektedir. Bu durum ise öğrencilerin kavramsal anlamasının önündeki en büyük engellerden biri olma özelliğine sahiptir. Zira Van de Walle ve ark., (2012) farklı gösterimlere yer verilmesi ile öğrencilerin kesir ve kesirlerle işlemleri daha kolay anlamlandırabileceklerini ifade etmektedirler. Literatüre bakıldığında ise farklı modellemelerin bir arada verilmesinin kesir konusunun daha iyi anlaşılmasına katkı sağlayacağı ifade edilmektedir (Behr ve ark., 1983).

Bu araştırma kapsamında kullanılan altı ve yedinci sorularda katılımcılardan öğrenci hatalarına yönelik açıklama yapmaları istenmiş ve yapılan açıklamalarda kullanılan modeller matematiksel ve pedagojik boyutta incelenmiştir. Araştırmanın bu aşamasında katılımcıların öğrenci hatalarına yönelik yaptıkları açıklamalarında kavramsal düzeye inmek adına farklı gösterim ve modellere genel olarak yer vermedikleri ve sözel açıklamalarla yetindikleri görülmüştür. Araştırmanın bu bölümünde tartışma süreci kesir işlemleri ile ilgili öğrenci hataları bağlamında yürütüldüğünde, yapılan çalışmalarda öğretmen ve öğretmen adaylarının genel olarak öğrenci hatalarını tespit etme noktasında yeterli düzeyde bilgi ve uygulamaya sahip olduğu görülmekle birlikte, bu hataların giderilmesi noktasında performanslarının daha düşük olduğunu raporlanmaktadır. Gökkurt ve ark., (2013) çalışmasında yazarlar sınıf öğretmeni adaylarının kesirler konusundaki öğrenci hatalarını tespit edebilme düzeylerini ve bu hataların giderilmesinde kullandıkları pedagojik alan bilgilerini incelemişlerdir. Elde edilen bulgular, sınıf öğretmeni adaylarının kesir kavramı ile ilgili öğrenci hatalarını belirlemede pek fazla zorlanmadıklarını fakat öğrenci hatalarının düzeltilmesine yönelik pedagojik alan bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığını göstermiştir. Gökkurt ve arkadaşları (2015) yaptıkları çalışma ile öğretmen adaylarının öğrenci hatalarının giderilmesine yönelik yaptıkları çözümlerinin yetersiz olduğu sonucunu elde etmişlerdir. Gökkurt (2014) benzer minvalde yürüttüğü çalışmasında ise öğretmenleri öğrenci hataları açısından incelemiş ve öğretmenlerin çoğunun öğrenci hatalarını tespit ederken yeterli oldukları sonucunu ortaya koymuştur. Kovarik (2008) ise yaptığı çalışma sonucunda pek çok tecrübeli öğretmenin öğrenci kavram yanılgıları yönünde yeterli bilgiye sahip olduğunu ortaya koymuştur. Can (2019) ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerle işlemler konusunda öğrencilerin yaşadıkları güçlükler ve kavram yanılgıları ile ilgili pedagojik alan bilgilerini ortaya koymuştur. Çalışma sonucunda, öğretmenlerin kesirlerle işlemler konusundaki öğrenci güçlüklerine ve kavram yanılgılarına yönelik daha çok kavramsal bilgi boyutunda açıklamalar yaptıkları, özellikle yanılgıların sebeplerini ifade etmede ise güçlük yaşadıkları sonucunu elde etmiştir. İlgili araştırmada yapılan incelemeler, öğretmenlerin özellikle "tam sayılardan kesirlere yanlış aktarma" dan kaynaklanan öğrenci güçlüklerine ve kavram yanılgılarına yönelik farkındalığının olmadığını göstermiştir. Öğretmenlerin kullandıkları çözüm önerilerinde ise model kullanımını öne çıkardıkları görülmüştür.

Bu araştırmadan elde edilen sonuçlara göre öğretmenlerin öğretmen adaylarına nazaran daha iyi performanslar sergiledikleri söylenebilir. Elde edilen bu sonuçlarla Yavuz Mumcu (2018) çalışmasının birbirine paralel sonuçlara sahip olduğu söylenebilir. Yavuz Mumcu (2018) öğretmen adaylarının kesir işlemlerinde matematiksel model kullanma performanslarını incelemiş ve öğretmen adaylarının toplama ve çıkarma işlemleri söz konusu olduğunda tüm modelleri başarı ile kullanabiliyorken, çarpma ve bölme işlemlerinde söz konusu modelleri kullanmakta güçlük çektikleri sonucunu elde etmiştir. İlgili çalışmada özellikle çarpma ve bölme işlemlerinde öğretmen adaylarının kesir işlemlerinin algoritmasını/anlamını ve kesirlerin gösteriminde bütün ile kesirsel parçaların ilişkisini model kullanarak ifade etmekte zorlandıkları görülmüştür. Benzer şekilde Tuna ve ark. (2013) öğretmen adaylarının matematikte modelleme becerilerini incelediği araştırmada katılımcıların bu beceriye yeterince sahip olmadığı sonucu elde edilmiştir.

5.1 Matematiksel Perspektif Boyutuna İlişkin Tartışma

Tartışmanın bu bölümünde matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının kesirlerle bölme işlemine yönelik kullandıkları öğretimsel açıklamalar matematiksel perspektif boyutunda yer alan doğruluk, kapsamlılık ve izomorfizm kategorilerine göre ele alınarak yorumlanmıştır. İlk olarak doğruluk kategorisinde yer alan katılımcı performansları incelendiğinde öğretmen ve öğretmen adaylarının farklı tür performanslarının birbirine yakın frekanslara sahip olduğu görülmüştür. Elde edilen bu sonuç öğretmen ve öğretmen adaylarının kesirlerle bölme işleminde matematiksel modelleri kullanma konusunda benzer becerilere sahip oldukları biçiminde yorumlanabilir. Araştırmada yer alan öğretmenlerin mesleki tecrübeleri göz önüne alındığında matematiksel modelleri öğretmen adaylarına nazaran daha iyi derecede kullanmaları bekleniyorken, elde edilen bu sonuç kendilerinin derslerinde ilgili modellere çok fazla yer vermemelerinin bir sonucu olarak yorumlanabilir. Kapsamlılık kategorisinde elde edilen sonuçlar incelendiğinde matematik öğretmenlerinin öğretmen adaylarına nazaran daha iyi performanslar sergiledikleri söylenebilir. Bu durum öğretmenlerin farklı tür modelleri kullanma konusunda öğretmen adaylarına nazaran daha iyi olduklarını göstermektedir. İzomorfizm kategorisinde ise matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının aynı tür yanıtlarının olduğu ve yaptıkları öğretimsel açıklamalardaki modellerin tümünün farklı matematiksel anlamları ayırt etmeyi sağladığı sonucuna varılmıştır. Dolayısıyla bu araştırmada yer alan öğretmenlerin, öğretimsel açıklamalarında yer alan matematiksel modelleri matematiksel perspektif boyutunda genel olarak öğretmen adaylarına nazaran daha iyi düzeyde kullandıkları söylenebilir. Elde edilen bu sonuç öğretmenlerin mesleki tecrübelerine bağlı olarak yorumlanabilir. Daha üniversiteden mezun olmamış öğretmen adaylarının veri toplama aracında yer alan sorulara lisans öğrenimleri boyunca aldıkları teorik ve uygulamalı derslere bağlı olarak yanıt vermiş olmaları, farklı durumlarda matematiksel modellere yer verme konusunda zorluk yaşamalarının nedeni olarak yorumlanabilir.

5.2 Pedagojik Perspektif Boyutuna İlişkin Tartışma

Tartışmanın bu bölümünde matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının kesirlerle bölme işlemine yönelik kullandıkları öğretimsel açıklamalar pedagojik perspektif boyutunda yer alan kavram düzeyi, problem çözme düzeyi ve epistemik düzey kategorilerine göre ele alınarak yorumlanmıştır. İlk olarak kavram düzeyi kategorisinde matematik öğretmenleri ile öğretmen adaylarının birbirine yakın performanslar sergiledikleri görülmüştür. Dolayısıyla kesirlerle bölme işlemine yönelik farklı tür katılımcıların kavramsal boyutta benzer açıkalmaları kullanabildikleri, başka bir ifade ile benzer kavramsal anlayışlara sahip oldukları söylenebilir. Problem çözme düzeyi kategorisinde matematik öğretmenlerinin öğretmen adaylarına nazaran daha iyi performanslar sergiledikleri görülmüştür. Bu durum öğretmenlerin farklı durumlara ilişkin derslerinde yaşamış oldukları tecrübelere dayalı olarak kullanılabilecek öğretimsel açıklamalara daha aşina olmaları ile ilişkili olarak yorumlanabilir. Epistemik düzey kategorisinde ise tek bir öğretmen dışında tüm katılımcıların yetersiz performans sergiledikleri ve kesirlerle bölme işleminin matematiksel ispatını yapamadıkları görülmüştür. Bu durum öğretmenlerin derslerinde matematiksel ispat süreçlerine çok fazla yer vermiyor olmalarının bir göstergesi olarak yorumlanabilir. Öğretmen adayları açısından elde edilen bu sonuç kendilerinin alan bilgileri ile ilişkilendirilebilir.

Literatürde yer alan kesirlerle ilgili çalışmalar incelendiğinde bunların çoğunda sadece öğretmenlerle veya öğretmen adaylarıyla çalışıldığı ve daha çok kesirler konusunun öğrenilmesi ve kavram yanılgılarının belirlenmesi yönünde çalışmaların yapıldığı görülmektedir (Birgin ve Gürbüz, 2009; Mitchelmore ve Mulligan, 1997). Yine yapılan çalışmalar kesirler konusuna ilişkin öğrencilerde saptanan kavram yanılgıları ve hataların bazılarının öğretmen ve öğretmen adaylarında da olabildiğini ortaya koymaktadır (Behr ve ark., 1994; Graeber ve ark., 1989; Işık, 2011). Daha önce de değinildiği üzere, alan yazın öğretmen/öğretmen adaylarının kesirler ve kesirlerle işlemler konusunda bilgilerinin yeteri kadar bulunmadığını göstermektedir (Ball, 1990; Işıksal, 2006; Ma, 1999; Rosli ve ark., 2013; Zembat, 2007). Benzer şekilde bu tez çalışması kapsamında da öğretmen ve öğretmen adaylarının matematiksel modelleri kullanma konusunda eksikleri olduğu sonucu elde edilmiştir. Özellikle de öğretmen adaylarına bundan ötürü gereken destek verilmelidir. Böylece bu durum öğrencilerin aldığı eğitime hem matematiksel hem pedagojik olarak pozitif yönde katkı sağlayacaktır.

Kesir konusunun öğrenciler tarafından genel olarak anlaşılması güç konuların başında gelmesi ve öğrencilerin kesir kavramını anlamlandırma noktasında güçlük yaşadıkları gerçeğinden hareket edilirse, bu araştırma sonuçlarının ilgili problem için bir çözüm yolu olabileceği düşünülmektedir. Yapılan çalışmalar öğrencilerin özellikle kesirlerle bölme konusunda güçlük yaşadıkları ve buna bağlı olarak düşük performans gösterdiklerini ortaya koymaktadır. Bu durum öğretmen ve öğretmen adaylarının kesir öğretiminde yeni ve farklı pedagojik yaklaşımlara yeterince yer vermemeleri ile ilişkili olarak yorumlanabilir. Kesir kavramının soyut yapısına bağlı olarak ilgili süreçlerde somutlaştırma araçları olarak matematiksel modellere yer verilmesi önerilmektedir. Bu bağlamda özellikle mesleğe yeni başlayan, çok fazla deneyime sahip olmayan öğretmenlerin matematiksel modellerin öğretimde kullanımı konusunda desteklenmesi ve konu ile ilgili olarak hizmet içi eğitimler, seminer ve projelerin yürütülmesi önerilmektedir. Ayrıca Eğitim Fakültelerinin Matematik Öğretmenliği bölümünde uygulanacak ders programlarında matematiksel modelleme ile ilgili ders ve çalışmalara daha fazla ağırlık verilmesi önerilmektedir. Ayrıca öğretmenlerin yeterliliklerinin geliştirilmesi adına matematik ders kitaplarında bulunan model örnekleri ve modelleme etkinlikleri artırılarak, model kullanımına ilişkin açıklamalı yönlendiricilere yer verilebilir.

6. KAYNAKLAR

Acuña, SR., Rodicio, HG. & Sánchez, E. (2011). Fostering active processing of instructional explanations of learners with high and low prior knowledge. *European Journal of Psychology of Education, 26*(4), 435-452.

Alacacı, C., (2010). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları. E. Bingölbali ve M.F. Özmantar (Ed.), *Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri*. Ankara: PegemA Yayıncılık.

Alacaci, C. (2014). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları. İçinde Bingölbali, E. ve Özmantar, M. F. (Ed.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (s. 63-94). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Albayrak, M. (2010). İlköğretimde matematik ve öğretimi-I. (2.Basım). Mega, Erzurum.

Alkan, S. (2016). Matematik öğretmenlerinin kullandıkları örneklerin sınıflandırılması ve öğretimsel açıklama boyutlarıyla ilişkisinin incelenmesi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı, Trabzon.

Anders, Y., Kunter, M., Brunner, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2010). Diagnostische fähigkeiten von mathematik lehrkräften und ihre auswirkungen auf die leistungen ihrer schülerinnen und schüler [Mathematics teachers' diagnostic skills and their impact on students' achievements]. *Psychologie in Erziehung und Unterricht, 57*(3), 175–193.

Ashlock, RD. (1990). Error patterns in computation. New York: Macmillan.

Baki, M. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının bölme işlemi ile ilgili matematiksel bilgileri ve öğretimsel açıklamaları. *Eğitim ve Bilim*, *38*(167), 300-311.

Baki, A. ve Bütün, M. (2009). İlköğretim matematik öğretmenlerinin bölme kavramı ile ilgili alan eğitimi bilgilerinin yapısı. *e-Journal of New World Sciences Academy,* Volume: 4, Number: 4, Article Number: 1C0093.

Ball, DL., Thames, MH. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407.

Barash, A. & Klein, R. (1996). Seventh grades students' algorithmic, intuitive and formal knowledge of multiplication and division of non-negative rational numbers. In L. Puig, & A. Gutiérrez (Eds.), Proceedings of the 20th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Valencia, Spain: University of Valencia, 35-42.

Baştürk, S. & Dönmez, G. (2011). Examining pre-service teachers' pedagogical content knowledge with regard to curriculum knowledge. *International Online Journal of Educational Sciences, 3*(2), 743-775.

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M. & Tsai, Y. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal*, *47*(1), 133–180.

Baxter, JA. & Lederman, NG. (1999). Assessment and measurement of pedagogical content knowledge. In *Examining pedagogical content knowledge: The construct and its implications for science education* (pp. 147-161). Dordrecht: Springer Netherlands.

Bayazit, İ., Aksoy, Y. & Kırnap, M. (2011). Öğretmenlerin matematiksel modelleri anlama ve model oluşturma yeterlilikleri. *NWSA: Education Sciences, 6*(4), 2495-2516.

Baykul, Y. (2009). İlköğretim matematik öğretimi (6-8 sınıflar). Pegem Yayıncılık, Ankara.

Behr, M. J., Lesh, R., Post, T., & Silver, E. A. (1983). Rational number concepts. *Acquisition of mathematics concepts and processes, 91*, 126.

Behr, M., Post, T., Harel, G. & Lesh, R. (1993). Rational numbers: toward a semantic analysis–emphasis on the operator consruct. I Carpenter, T. Fennema, E., Romberg, T.(red): *Rational numbers an integration of research*. Laurence Erlbaum Associates, Hillsdale, New Jersey.

Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1994). Units of quantity: A conceptual basis common to additive and multiplicative structures. In G. Harel & J. Con-frey (Ed.), *The development of multiplicative reason-ing in the learning of mathematics* (pp. 123–180). Albany, NY: SUNY Press

Berry, J. & Houston, K. (1995). Mathematical modelling. Gulf Professional Publishing, U.S.

Bezuk, N.,& Cramer, K. (1989). Teaching about Fractions: What, When, and How?. National Council of Teachers of Mathematics Yearbook, 156-67.

Birgin O. & Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II. kademe öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *22*(2), 529-550.

Blum, W. (1993). Mathematical modelling in mathematics education and instruction. In Breiteig (Ed.), *Teaching and Learning Mathematics in Context* (pp. 3-14). Chichester: Ellis Horwood Limited.

Blum, W., & Ferri, B. (2009). Mathematical modelling: can it be taught and learned. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, *1*(1), 45-58

Borko, H., Eisenhart, M., Brown, C. A., Underhill, R. G., Jones, D., & Agard, P. C. (1992). Learning to teach hard mathematics: Do novice teachers and their instructors give up too easily?. *Journal for research in mathematics education*, *23*(3), 194-222.

Bulgar, S. (2003). Çocukların kesirlerle bölmeyi anlamlandırması. *Matematiksel Davranış Dergisi*, *22* (3), 319-334.

Bursalı, GG. & Gökkurt-Özdemir, B. (2019). Matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının kavram yanılgılarına yönelik öğretimsel açıklamaları: Olasılık konusu. *Journal of Computer and Education Research*, *7*(14), 642-672.

Can, H. N. (2019). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerde işlemler konusu ile ilgili pedagojik alan bilgilerinin öğrenci zorlukları ve kavram yanılgıları* *bileşeninde incelenmesi* (Doctoral dissertation, Marmara Universitesi (Turkey)).

Carlsen, W. (1999). Domains of teacher knowledge. In Examining pedagogical content knowledge: The construct and its implications for science education (pp. 133-144). Dordrecht: Springer Netherlands.

Carpenter, TP., Fennema, E., Peterson, PL. & Carey, DA (1988). Öğretmenlerin öğrencilerin temel aritmetik problem çözme konusundaki pedagojik alan bilgisi. *Matematik Eğitiminde Araştırma Dergisi*, *19*(5), 385-401.

Carpenter, T. C., Lindquist M. M., Brown C. A., Kouba V. L., Silver E. A., & Swafford J. O. (1988). Results of the fourth NAEP assessment of mathematics: Trends and conclusions. *Arithmetic Teacher, 36*(4), 38–41.

Charalambous, CY. (2008). Preservice teachers' mathematical knowledge for teaching and their performance in selected teaching practices: Exploring a complex relationship. PhD thesis, University of Michigan.

Charalambous, CY., Hill, HC. & Ball, DL. (2011). Prospective teachers' learning to provide instructional explanations: how does it look and what might it take? *Journal of Mathematics Teacher Education*, *14*(6), 441-463.

Chi, M. T. H., Siler, S., Jeong, H., Yamauchi, T., & Hausmann, R. G. (2001). Learning from tutoring. Cognitive Science, *25*, 471–533.

Cinel, NA., Bütün, S. & Özbay, E. (2012). Electron beam lithography designed silver nano-disks used as label free nano-biosensors based on localized surface plasmon resonance. *Optics Express, 20*(3), 2587-2597.

Cochran, KF. King, RA. & De Ruiter, JA. (1991). In pedagogical content knowledge: a tentative model for teacher preparation. Symposium paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Chicago.

Cramer, K., Wyberg, T. & Leavitt, S. (2008). The role of representations in fraction addition and subtraction. *Mathematics Teaching in The Middle School*, *13*(8), 490-496.

Cramer, KA., Post, TR., & del Mas, RC. (2002). Initial fraction learning by fourth-and fifth-grade students: A comparison of the effects of using commercial curricula with the effects of using the rational number project curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, *33*(2), 111-144.

Creswell, JW. (2007). Qualitative inquiry & research design: choosing among five approaches, (2nd ed.). Thousand Oaks, Sage Publications, CA.

Çelik, B., & Çiltaş, A. (2015). Beşinci sınıf kesirler konusunun öğretim sürecinin matematiksel modeller açısından incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, *10*(1), 180-204.

Dewey, J. (1906). The child and the curriculum. The University of Chicago, Chicago.

Doğan Temur, Ö. (2011). Dördüncü ve beşinci sınıf öğretmenlerinin kesir öğretimine ilişkin görüşleri: Fenomenografik araştırma. *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*. *29*, 203-212.

Donald, JG. (1991). Knowledge and the university curriculum. In C.F. Conrad & J.G. Haworth (Eds.), Curriculum in transition: Perspectives on the undergraduate experience (295–307). Ginn Publishing, Needham Heights, MA.

Duran, NB. (2017). Ortaokul matematik öğretmen adaylarının alan ve pedagojik alan bilgileri çerçevesinde kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinin öğretimine ilişkin kullandıkları modeller. Yüksek lisans tezi, Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Denizli.

EARGED, M. E. B. (2003). TIMSS 1999 Üçüncü uluslararası matematik ve fen bilgisi çalışması ulusal raporu. *Ankara*, *3*, 2015.

Eroğlu, D., & Tanışlı, D. (2021). Tahmini öğrenme yollarının uygulanması sürecinde matematik öğretmenlerinin çoklu temsil kullanımlarının gelişimi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi, 10*(1), 299-329.

Fennema, E., Franke, ML., Carpenter, TP. & Carey, DA. (1993). Using children's mathematical knowledge in instruction. *American educational research journal*, *30*(3), 555-583.

Gess-Newsome, J. (1999). Pedagogical content knowledge: An introduction and orientation. In Examining pedagogical content knowledge: The construct and its implications for science education (pp. 3-17). Springer Netherlands, Dordrecht.

Gierre, RN. (1988). Explaining science: A cognitive approach. University of Chicago Press, Chicago.

Gökkurt, B. (2014). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik cisimler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi* (Doctoral dissertation).

Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y. & Soylu, C. (2013). Examining pre-service teachers' pedagogical content knowledge on fractions in terms of students' errors. *International Online Journal of Educational Sciences, 5*(3), 719-735.

Gökkurt, B., Soylu, Y. & Demir, Ö. (2015). Ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerin öğretimine yönelik görüşlerinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *9*(2), 230-251.

Graeber, A. O., Tirosh, D., & Glover, R. (1989). Preservice teachers' misconceptions in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for research in mathematics education*, *20*(1), 95-102.

Grant, TJ., Lo, JJ. & Flowers, J. (2007). Supporting teacher learning: shaping prospective teachers' justifications for computation: Challenges and opportunities. *Teaching Children Mathematics*, *14*(2), 112-116.

Grossman, P. & McDonald, M. (2008). Back to the future: Directions for research in teaching and teacher education. *American Educational Research Journal*, *45*(1), 184– 205.

Grossman, P. (1990). The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education. College Press, New York, NY: Teachers.

Gürbüz, R., Erdem, E. & Gülburnu, M. (2013). Sınıf öğretmenlerinin matematik yeterliklerini etkileyen faktörlerin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, *14*(2), 255-272.

Hart, K.M., (1993), Fractions. in K.M. Hart(Ed.), Children's Understanding Of Mathematics: 11-16, (Pp.66-81), John Murray.

Harvey, R. (2012). Stretching student teachers' understanding of fractions. *Mathematics Education Research Journal*, *24*(4), 493-511.

Hill, HC., Blunk, ML., Charalambous, CY., Lewis, JM., Phelps, GC., Sleep, L., & Ball, DL. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory study. *Cognition and Instruction*, *26*(4), 430-511.

Huinker, D. M. (2002). Calculators as learning tools for young children's explorations of number. Teaching Children Mathematics, *8*,316-321.

Inoue, N. (2009). Rehearsing to teach: content-specific deconstruction of instructional explanations in pre-service teacher training. *Journal of Education for Teaching*, *35*(1), 47-60.

Işıksal, M. (2006). A study on pre-service elementary mathematics teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge regarding the multiplication and division of fractions.

Işık, C. (2011). İlköğretim Matematik Öğretmeni Aday-larının Kesirlerde Çarpma ve Bölmeye Yönelik Kur-dukları Problemlerin Kavramsal Analizi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *41*, 231-243.

İpek, A.S., Işık, C. ve Albayrak, M. (2005). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Kesir İşlemleri Konusundaki Kavramsal Becerileriları. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, *1*, 537-547.

Karakuş, F. (2017). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihleri: Sıfıra bölme konusu. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *8*(3), 352-377.

Kieren, TE. (1988). Personal knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development. In J. Hiebert & M. J. Behr (Eds.), Number concepts and operations in the middle grades (pp. 162-181). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Kieren, T. (1995). Creating spaces for learning fractions. In J. T. Sowder & B.P. Schappelle (Eds.), Providing a foundation for teaching mathematics in the middle grades (pp. 31-65). New York: State University of New York Press.

Kinach, BM. (2006). Understanding and learning-to-explain by representing mathematics: Epistemological dilemmas facing teacher educators in the secondary mathematics 'methods' course. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *5*, 153–86.

Kinach, BM. (2002a). A cognitive strategy for developing pedagogical content knowledge in the secondary mathematics methods course: Toward a model of effective practice. *Teaching and Teacher Education*, *18*(1), 51-71.

Kinach, BM. (2002b). Understanding and learning-to-explain by representing mathematics: epistemological dilemmas facing teacher educators in the secondary mathematics “methods" course. *Journal of Mathematics Teacher Education, 5*(2), 153-186.

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers’ content knowledge and pedagogical content knowledge: The role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, *64*(1), 90-106.

Koç Şanlı, K. & Işık, C. (2020). Tam sayıların öğretim sürecinin öğretmenlerin model kullanımları üzerinden analizi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, *15*(29), 81-108.

Lachner, A. & Nückles, M. (2015). Bothered by abstractness or engaged by cohesion? Experts’ explanations enhance novices’ deep learning. *Journal of Experimental Psychology: Applied*, *21*(1), 101.

Lamon, S. J. (1996). The development of unitizing: Its role in children's partitioning strategies. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(2), 170-193.

Lamon, S. J. (2001). Presenting and Representing from Fractions to Rational Numbers. In Cuoco (Ed.). The roles of representation in school mathematics. Reston (VA): NCTM; 2001. p. 41–52.

Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629-668). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Lampert, M. & Blunk, ML. (1998). Talking mathematics in school: Studies of teaching and learning. Cambridge University Press, Cambridge, England.

Lee, E., Brown, M. N., Luft, J. A., & Roehrig, G. H. (2007). Assessing beginning secondary science teachers' PCK: Pilot year results. *School Science and Mathematics*, *107*(2), 52-60.

Lehrer, R. & Schauble, L. (2010). What kind of explanation is a model?. In: Stein, M., Kucan, L. (Eds), Instructional Explanations in the Disciplines. Springer, Boston, MA.

Leinhardt, G. (1990). Capturing craft knowledge in teaching. *Educational Researcher, 19*(2), 18-25.

Leinhardt, G. (2001). Instructional explanations: A commonplace for teaching and location for contrast. *Handbook of Research on Teaching*, *4*, 333-357.

Leinhardt, G. (2010). Introduction: Explaining Instructional Explanations. In Stein, M. K., & Kucan, L. (Eds.). Instructional explanations in the disciplines. Springer Science & Business Media.

Leinhardt, G., Putnam, R. T., Stein, M. K., & Baxter, J. (1991). Where subject knowledge matters. In J. Brophy (Ed.), *Advances in research on teaching* (Vol. 2, pp. 87–113). London: JAI Press Inc.

Leinhardt, G. & Steele, M. (2005). Seeing the complexity of standing to the side: Instructional dialogues. *Cognition and Instruction*, *23*(1), 87–163.

Lesh, R. & Carmona, G. (2003). Piagetian conceptual systems and models for mathematizing everyday experiences. In Beyond Constructivism (pp. 71-96). Routledge.

Lesh, R., & Doerr, H. M. (2000). Symbolizing, communicating, and mathematizing: Key components of models and modeling. In P. Cobb, E. Yackel, & K. McClain (Eds.), Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools and instructional design. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Loughran, J., Milroy, P., Berry, A., Gunstone, R. & Mulhall, P. (2001). Documenting science teachers' pedagogical content knowledge through PaP-eRs. *Research in Science Education, 31*(2), 289-307.

Loughran, J., Mulhall, P. & Berry, A. (2004). In search of pedagogical content knowledge in science: Developing ways of articulating and documenting professional practice. *Journal of Research in Science Teaching, 41*(4), 370-391.

Luo, F., Lo, J. J., & Leu, Y. C. (2011). Fundamental fraction knowledge of preservice elementary teachers: A cross-national study in the United States and Taiwan. *School science and mathematics*, *111*(4), 164-177.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics*. Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, NJ.

Mack, NK. (1990). Learning fractions with understanding: Building on informal knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, *21*(1), 16-32.

Magnusson, S., Krajcik, J. & Borko, H. (1999). Nature, sources, and development of pedagogical content knowledge for science teaching. In Examining pedagogical content knowledge: The construct and its implications for science education (pp. 95-132). Dordrecht: Springer Netherlands.

Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: From a mathematical case to a modified conception. *Journal of Teacher Education*, *41*(3), 3-11.

Martin, JR. (1970). Explaining, understanding, and teaching. McGraw-Hill, New York.

Merriam, SB. (2009). Qualitative research: A guide to design and implementation (3rd ed). San Francisco, CA: Jossey-Bass.

Merriam, S. B. (2013). Nitel araştırma desen ve uygulama için bir rehber (Çev. Turan, S.). Ankara: Nobel Yayıncılık (Özgün çalışma, 2009).

Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). İlkokul ve ortaokul matematik dersi (1,2,3,4,5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı. https://mufredat.meb.gov.tr adresinden erişilmiştir.

Mills, A. J., Durepos, G., & Wiebe, E. (2010). Encyclopedia of case study research. London: Sage.

Monte-Sano, C. (2011). Beyond reading comprehension and summary: Learning to read and write in history by focusing on evidence, perspective, and interpretation. *Curriculum Inquiry, 41*(2), 212-249.

Mulligan, J. T., & Mitchelmore, M. C. (1997). Young children's intuitive models of multiplication and division. *Journal for research in Mathematics Education*, *28*(3), 309-330.SOW

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM.

Newstead, K., & Murray, H. (1998, July). Young students' constructions of fractions. In *PME CONFERENCE* (Vol. 3, pp. 3-295).

Niss, M. (1987). Applications and modelling in the mathematics curriculum—state and trends. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *18*(4), 487-505.

Olkun, S. & Toluk-Uçar, Z. (2006). İlköğretimde matematik öğretimine çağdaş yaklaşımlar: Yeni ilköğretim programları ve öğretmen yeterlilikleri ışığında. Ekinoks Eğitim Danışmanlık, Ankara.

Olkun, S. & Toluk-Uçar, Z. (2012). İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi. Anı Yayıncılık, Ankara.

Özdemir, G. & Işık, A. (2015). Katı cisimlerin alan ve hacimlerinin matematiksel model ve matematiksel modelleme yöntemiyle öğretimine yönelik öğretmen görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *23*(3), 1251-1276.

Özgün, D. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde ürettiği matematik modellerinin nitel bir yaklaşımla incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.

Pantziara, M. & Philippou, G. (2012). Levels of students' "conception" of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, *79*, 61-83.

Patton, MQ. (1987). How to use qualitative methods in evaluation (No. 4). Sage, Newbury Park, CA.

Perkins, DN. (1992). Smart schools: Better thinking and learning for every child. Free Press, New York.

Perkins, DN. & Simmons, R. (1988). Patterns of misunderstanding: An integrative model for science, math, and programming. *Review of Educational Research*, *58*(3), 303– 326.

Perry, M. (2000). Explanations of mathematical concepts in Japanese, Chinese, and US first-and fifth-grade classrooms. *Cognition and Instruction*, *18*(2), 181-207.

Pesen, C. (2007). Öğrencilerin kesirlerle ilgili kavram yanılgıları. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, *32*, 143, 79-88.

Pesen, C. (2008). Kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki gösteriminde öğrencilerin öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *9*(15), 157-168.

Renkl, A. (2002). Worked-out examples: Instructional explanations support learning by self-explanations. *Learning and Instruction*, *12*(5), 529-556.

Rey, GD. & Fischer, A. (2013). The expertise reversal effect concerning instructional explanations. *Instructional Science*, *41*(2), 407-429.

Rollnick, M., Bennett, J., Rhemtula, M., Dharsey, N. & Ndlovu, T. (2008). The place of subject matter knowledge in pedagogical content knowledge: A case study of South African teachers teaching the amount of substance and chemical equilibrium. *International Journal of Science Education*, *30*(10), 1365-1387.

Rosli, R., Han, S., Capraro, R. M., & Capraro, M. M. (2013). Exploring preservice teachers' computational and representational knowledge of content and teaching fractions. *Research in Mathematical Education*, *17*(4), 221-241.

SADİ A. (2007). Minconceptions in Numbers. *UGRU Journal*, *5*, 1-7.

Schmidt-Thieme, B. (2009). Erklär doch mal! Erklärkompetenz bei Schülern entwickeln. *Mathematik Lehren*, 43–45.

Shulman, LS. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4-14.

Sırmacı, N. & Özdemir, BG. (2016). Matematik öğretmenlerinin sonsuzluk, belirsizlik ve tanımsızlık kavramlarına ilişkin öğretimsel açıklamaları. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *5*(3), 788-806.

Skemp, RR. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *The Arithmetic Teacher*, *26*(3), 9–15.

Sowder, J. (1995). Instructing for rational number sense. In J. T. Sowder & B. P. Schappelle, (Eds.). Providing a Foundation for Teaching Mathematics in the Middle Grades, (pp. 15-29). Albany, NY: State University of NY Press.

Sowder, J., & Wearne, D. (2006). What do we know about eighth-grade student achievement? *Mathematics Teaching in the Middle School*, *11*(6), 285–293.

Soylu, Y. & Soylu, C. (2005). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki öğrenme güçlükleri: sıralama, toplama, çıkarma, çarpma ve kesirler ile ilgili problemler. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, *7*(2), 101–118.

Staley, K. N. (2004). *Tracing the development of understanding rate of change: A case study of changes in a pre-service teacher's pedagogical content knowledge*. North Carolina State University.

Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: the case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(1), 5–25.

Tirosh, D., Fischbein, E., Graeber, A. & Wilson, J. (1993). *Conceptual adjustments in progressing from whole to rational numbers*. Final report of the United States-Israel Binational Science Grant, Tel Aviv, Israel: Tel-Aviv University.

Tirosh, D., & Graeber, A (1989). Preservice elementary teachers' explicit beliefs about multiplication and division. *Educational Studies in Mathematics, 20,* 79-96.

Toluk Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers un-derstanding of fractions through problem posing. *Teaching and Teacher Education*, *25*, 166–175.

Toluk Uçar, Z. (2010). Sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel bilgileri ve öğretimsel açıklamaları. *Education Sciences*, *5*(3), 911-920.

Toluk Uçar, Z. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: Öğretimsel açıklamalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *2*(2), 87- 102.

Tuna, A.., Biber, A. Ç., & Yurt, N. (2013). Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerileri. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *33*(1), 129-146.

Van de Walle, J. A. (2004). Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally. Fifth edition. Boston: Allyn &Bacon.

Van de Walle, JA., Karp, KS. & Bay-Williams, JM. (2010). Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally. Pearson Education, Inc, Boston, MA.

Van de Walle, J.A. Karp, K.S. ve Bay-Williams, J.M. (2012). İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim. (Çev. Editörü: Soner Durmuş). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım. 7. Basımdan Çeviri.

Van Driel, JH., Beijaard, D. & Verloop, N. (2001). Professional development and reform in science education: The role of teachers' practical knowledge. *Journal of Research in Science Teaching*, *38*(2), 137-158.

Van Driel, JH., De Vos, W. & Verloop, N. (1998). Relating students' reasoning to the history of science: The case of chemical equilibrium. *Research in Science Education*, *28*, 187-198.

Wittwer, J. & Renkl, A. (2008). Why instructional explanations often do not work: A framework for understanding the effectiveness of instructional explanations. *Educational Psychologist*, *43*(1), 49-64.

Witzel, B.S. & Little, M.E. (2016). Teaching elementary mathematics to struggling learners. The Guilford Press, New York.

YAVUZ MUMCU, H. (2018). Kesir İşlemlerinde Matematiksel Modellerin Kullanımı: Bir Vaka Çalışması. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *12* (1).

Yavuz Mumcu, H. (2023). Farklı temsiller arası ilişkilendirme. Yavuz Mumcu, H., Osmanoğlu, A. & Korkmaz, H. (Edt), Matematik eğitiminde ilişkilendirme (s.72-119). Pegem, Ankara.

Yazgan, Y. (2007). 10-11 yaş grubundaki öğrencilerin kesirleri kavramaları üzerine deneysel bir çalışma. Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı, Bursa.

Yılmaz, Z. & Yenilmez, K. (2008). İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki kavram yanılgıları (Uşak İli Örneği). *Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, *8*(1), 291-312.

EKLER

EKLER

EK 1: Öğretimsel Açıklamaların Değerlendirilmesinde Kullanılan Açık Uçlu Sorular

1. Aşağıdaki işlemleri sayı doğrusu ve alan modellerinden yararlanarak öğrencilerinize anlatıyormuş gibi açıklayınız.

a) 3/2÷2=?

b) 4÷3/5=?

c) 1/2÷3/5=?

2. Kesirlerle bölme işlemini ilk kez öğrenen öğrencilerinize, işlemin algoritmasını öğretmek için matematiksel modellerden yararlanarak geliştireceğiniz öğretim sürecinde kullanacağınız açıklamaları ayrıntılı olarak yazınız.

3. Aşağıdaki problemi öğrencilerinize anlatıyormuş gibi matematiksel modellerden yararlanarak çözünüz.

Problem: Ali' nin 3 litre sodası vardır. Bunu 5 arkadaşına eşit paylaştırıyor.

• Her birine 1 litre sodanın ne kadarı düşer?

• Her birine toplam soda miktarının ne kadarı düşer?

4. Aşağıdaki işlemlerin kullanımını gerektiren 3 farklı sözel problem yazınız ve her bir problemi en az 2 farklı şekilde çözünüz.

a) 2 1/4÷1 1/3=?

b) 5/2÷5/7=?

c) 2/3÷2=?

5. Aşağıdaki problemi öğrencilerinize anlatıyormuş gibi matematiksel modellerden yararlanarak çözünüz.

Problem: Sızdıran bir boru bir kovayı 1 saatin ¾' ünde dolduruyor. Buna göre 4 saatte kaç kova su dolar?

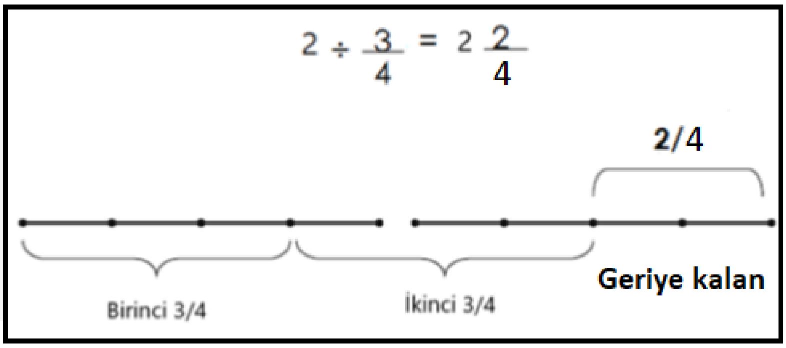
6. Yukarıdaki (soru 5) problemi sınıf ortamında tartışmaya açtığınızı düşünelim. Aşağıdaki fikirleri öne süren öğrencilerinize (Ö2 ve Ö3) yapacağınız açıklamaları ayrıntılı olarak yazınız.

Ö1: 4 saat 240 dakikadır. 1 saatin ¾ ü 45 dakikadır. 240' ı 45' e bölersek bölüm 5 kalan 15 olur.

Ö2: Bu çözüm bence doğru olamaz çünkü problemin çözümü için ben 4÷3/4 işlemini yaptım ve 5 1/3 buldum. Halbuki 15 dakika 1 saatin 1/3' ü değil çeyreğidir.

Ö3: Bence haklı olamazsın çünkü problem, 4' te birlerden bahsediyor sen nasıl 3' te 1 cevabını buluyorsun?

7. 2÷3/4 işlemi için aşağıdaki modelleri kullanan bir öğrencinizin yanılgısını fark etmesine yönelik nasıl bir açıklama yaparsınız?



8. Kesirlerle bölme işleminin algoritmasının matematiksel ispatını en az 2 farklı açıklama kullanarak yapınız. Bu süreçte kullanacağınız açıklamaların özel durumlar üzerinden değil matematiksel genellemelere dayanan süreçler üzerinden yürütülmesine özen gösteriniz.

EK 2: Öğretimsel Açıklamaların Değerlendirilmesinde Kullanılan Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu

Görüşme sorusu 1: Kullandığınız matematiksel modelin gerekçesini (bu modeli niçin tercih ettiğinizi) kavramlarla ilişkili olarak açıklar mısınız?

Görüşme sorusu 2: Bu problemin çözümünde kullandığınız matematiksel modeli problemle ilişkili olarak açıklayınız?

Görüşme sorusu 3: Oluşturduğunuz matematiksel çözümü problemle ilişkili olarak öğrencilerinize anlatıyormuş gibi ifade ediniz.

Görüşme sorusu 4: Bu sorunun çözümünde yaptıklarınızı açıklar mısınız?

EK 3: Katılımcı Bilgilendirme Formu

Sayın Katılımcımız

Katılacağınız bu çalışma, Matematik Öğretmenleri ile Öğretmen Adaylarının Kesirlerle Bölmeye Yönelik Öğretimsel Açıklamalarının Matematiksel Modeller Bağlamında İncelenmesi” adıyla, Emine AKTAŞ tarafından 29.11.2021-05.12.2021 tarihleri arasında yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: Bu araştırmanın amacı matematik öğretmenleri ile öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik öğretimsel açıklamalarının matematiksel modeller bağlamında incelenmesidir. Çalışmadan elde edilen veriler öğretmen ve öğretmen adaylarının, kesirlerle bölmeye yönelik geliştirdikleri öğretimsel açıklamalarında matematiksel modelleri kullanma durumları hakkında sınırlı bir örneklem üzerinden bir resim elde edilmesini sağlayarak, öğretmen ve öğretmen adaylarının sahip oldukları niteliklerin geliştirilmesi bağlamında alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Araştırmanın Nedeni: O Bilimsel araştırma ■ Tez çalışması

Araştırmanın Yapılacağı Yer(ler): Ordu

Araştırma Uygulaması: O Anket ■ Görüşme

O Gözlem ■ Uygulama Soruları

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı’nın ve okul/kurum yönetiminin izni ile gerçekleşmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Araştırma süresince sizden hiçbir ücret talep edilmeyecektir. Çalışmada sizden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir. Veriler sadece araştırmada kullanılacak ve üçüncü kişilerle paylaşılmayacaktır.

Bu araştırma kapsamında sizden, araştırmacı tarafından daha önceden oluşturulmuş olan 8 adet açık uçlu soruya cevap vermeniz istenmektedir. Daha sonra ilgili sorulara vereceğiniz yanıtlar üzerinden araştırmacı ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yürütmeniz planlanmaktadır. Söz konusu görüşmeler yaklaşık 1,5-2 saat sürecek olup tüm süreçten elde edilen veriler video kaydı ile saklanabilir hale getirilecektir. Uygulamalar, kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden rahatsız hissederseniz cevaplama işini yarıda bırakabilirsiniz.

Katılımı onaylamadan önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı : Emine AKTAŞ
İletişim Bilgileri :

Yukarıda bilgileri bulunan araştırmaya katılmayı kabul ediyorum.

…./…../…………

İsim-Soyisim

İmza:

EK 4: Kurumlardan Alınan İzinler

T.C.
ORDU VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-18802389-605.01-34799397 15.10.2021
Konu : Araştırma İzni
(Emine ERTAŞ)

VALİLİK MAKAMINA

İlgi :a) Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21.01.2020 tarihli ve 1563890 sayılı yazısı (Genelge 2020/2)
b) Ordu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğünün 01.10.2021 tarihli ve 0646639 sayılı yazısı.

Ordu Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalında kayıtlı 19521200002 numaralı tezli yüksek lisans programı öğrencisi Emine AKTAŞ'ın "Matematik Öğretmenleri ile Öğretmen Adaylarının Kesirlerle Bölmeye Yönelik Öğretimsel Açıklamalarının Matematiksel Modeller Bağlamında İncelenmesi" konulu bilimsel çalışmasına veri sağlamak amacıyla anket çalışması yapma izin talebine ilişkin ilgi (b) yazı ve ekleri, Müdürlüğümüz Araştırma Değerlendirme Komisyonu tarafından ilgi (a) genelge hükümleri doğrultusunda incelenmiş olup, uygulanmasında sakınca görülmemiştir.

Söz konusu anket çalışmasının, pandemi koşulları göz önünde bulundurularak eğitim öğretim faaliyetlerini aksatmayacak şekilde olur ekinde yer alan imzalı ve mühürlü formun kullanılarak, öğrencilere ait çalışmaların veli izni doğrultusunda ve elde edilen verilerin herhangi bir haber, resmi özel web sayfaları, yerel ve ulusal basında paylaşılmaması kaydıyla Ordu Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalında kayıtlı 19521200002 numaralı tezli yüksek lisans programı öğrencisi Emine AKTAŞ tarafından; İlimiz resmi ortaokullarında (öğretmenlere) 2021-2022 eğitim ve öğretim yılı içinde okul ve kurum müdürlüğünün sorumluluğunda gönüllülük esasına göre uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde Olur 'larınıza arz ederim.

Musa GÖZÜDİK
Müdür a.
Şube Müdürü

OLUR
Mehmet Fatih VARGELOĞLU
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü

Ek : Komisyon kontrol tutanağı ve anket formu (8 sayfa)

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Saray Mah. Ulu Konak Cad. No:5 52089 Altınordu/ORDU
Dahili : 1431
Telefon No : 0 (452) 223 16 29
E-Posta: arge52@meb.gov.tr
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Belge Doğrulama Adresi : https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys
Bilgi için: Mustafa KURUL VHKİ (Strateji Geliştirme Şub.Müd.)
Unvan : Veri Hazırlama ve Kontrol İşletmeni
İnternet Adresi: ordu.meb.gov.tr Faks:4522250144

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden a75a-de3f-3aa2-81b2-1558 kodu ile teyit edilebilir.

T.C. ORDU ÜNİVERSİTESİ - Ordu Üniversitesi Rektörlüğü - Genel Sekreterlik
18.10.2021
Sayı: -605.01-E.0652938
0000652938

T.C.
ORDU VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-18802389-605.01-34856276 18/10/2021
Konu : Araştırma İzni
(Emine ERTAŞ)

DAĞITIM YERLERİNE

İlgi : a) Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21.01.2020 tarihli ve 1563890 sayılı yazısı (Genelge 2020/2)
b) Ordu Üniversitesi Rektörlüğü Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğünün 01.10.2021 tarihli ve 646639 sayılı yazısı.
c) 15/10/2021 tarihli ve 34799397 sayılı olur.

İlgi (b) yazı ekinde yer alan araştırma ilgi (a) genelge hükümleri doğrultusunda incelenmiş ve söz konusu çalışmanın eğitim öğretim faaliyetlerini aksatmamak, uygulamalarda olur ekinde yer alan mühürlü formun kullanılması, elde edilen verilerin ve kişisel bilgilerin herhangi bir haber, resmi özel web sayfaları, yerel ve ulusal basında paylaşılmaması, ilgili genelge hükümlerine göre araştırma sonucunun Müdürlüğümüze gönderilmesi kaydıyla ilgi (c) olur ile uygun görülmüştür.

Gereğini, bilgilerinize rica ederim.

Zafer KARAMEHMETOĞLU
Vali a.
Vali Yardımcısı

Ek :İlgi (c) olur ve mühürlü
Araştırma Formları (9 sayfa)

Dağıtım:

Gereği:
Ordu Üniversitesi Rektörlüğüne
(Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü)

Bilgi :
19 İlçe Kaymakamlığına
(İlçe Millî Eğitim Müdürlüğü)

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Saray Mah. Ulu Konak Cad. No:5 52089 Altınordu/ORDU
Dahili : 1431
Telefon No : 0 (452) 223 16 29
E-Posta: arge52@meb.gov.tr
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Belge Doğrulama Adresi : https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys
Bilgi için: Mustafa KURUL VHKİ (Strateji Geliştirme Şub.Müd.)
Unvan : Veri Hazırlama ve Kontrol İşletmeni
İnternet Adresi: ordu.meb.gov.tr Faks:4522250144

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden fa35-3975-347d-b4c5-8c02 kodu ile teyit edilebilir.

T.C.
ORDU ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırmaları Etik Kurulu

OTURUM TARİHİ	OTURUM SAYISI	KARAR SAYISI
15/09/2021	08	2021-149

KARAR NO: 2021-149

Doç. Dr. Hayal YAVUZ MUMCU'nun "Matematik Öğretmenleri İle Öğretmen Adaylarının Kesirlerle Bölmeye Yönelik Öğretimsel Açıklamalarının Matematiksel Modeller Bağlamında İncelenmesi" başlıklı çalışması etik yönden incelendi.

Doç. Dr. Hayal YAVUZ MUMCU'nun "Matematik Öğretmenleri İle Öğretmen Adaylarının Kesirlerle Bölmeye Yönelik Öğretimsel Açıklamalarının Matematiksel Modeller Bağlamında İncelenmesi" başlıklı çalışmasının etik yönden uygun olduğuna, toplantıya katılanların oy birliği ile karar verildi.

ASLI GİBİDİR
15/09/2021

Doç. Dr. Hasan Hüseyin MUTLU
Başkan

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler	
Adı Soyadı	Emine AKTAŞ
Doğum Yeri	
Doğum Tarihi	
Uyruğu	☑ T.C. ❒ Diğer:
Telefon	
E-Posta Adresi	

Eğitim Bilgileri	
Lisans	
Üniversite	Ordu Üniversitesi
Fakülte	Eğitim Fakültesi
Bölümü	İlköğretim Matematik Öğretmenliği
Mezuniyet Yılı	24.06.2019